

# Measuring students' algebra, trigonometry, and geometry skills on a differential calculus for engineering course

## Medición de las habilidades algebraicas, trigonométricas y geométricas de los estudiantes en el curso de cálculo diferencial en ingeniería

**Maximiliano DE LAS FUENTES-LARA, PhD.** Associate Professor. Universidad Autónoma de Baja California  
([maximilianofuentes@uabc.edu.mx](mailto:maximilianofuentes@uabc.edu.mx)).

**Wendolyn Elizabeth AGUILAR-SALINAS, PhD.** Associate Professor. Universidad Autónoma de Baja California  
([aguilar.wendolyn@uabc.edu.mx](mailto:aguilar.wendolyn@uabc.edu.mx)).

**Araceli Celina JUSTO-LÓPEZ, PhD.** Associate Professor. Universidad Autónoma de Baja California  
([araceli.justo@uabc.edu.mx](mailto:araceli.justo@uabc.edu.mx)).

**César Gonzalo IÑIGUEZ-MONROY, PhD.** Associate Professor. Universidad Autónoma de Baja California  
([cesar.iiguez@uabc.edu.mx](mailto:cesar.iiguez@uabc.edu.mx)).

### Abstract:

This research presents the results of a study that involved the construction and validation of a measuring instrument to evaluate the algebra, trigonometry, and geometry skills that university students possess when starting an engineering degree and which are critical for students to perform properly in calculus courses. The instrument was designed by faculty members from the field of mathematics, all of whom hold

at least a master's degree and have taught calculus in the past. The study comprised of 40 items and its quality analysis was based on data collected from 875 incoming first-year students during the 2020-2022 academic cycle. Data analysis showed that items with medium difficulty and high discrimination have the highest predictive coefficient and correspond mainly to the field of geometry, specifically the topics of the straight line, circumference, and the cal-

Revision accepted: 2021-03-07

This is the English version of an article originally printed in Spanish in issue 282 of the **revista española de pedagogía**. For this reason, the abbreviation EV has been added to the page numbers. Please, cite this article as follows: De las Fuentes-Lara, M., Aguilar-Salinas, W. E., Justo-López, A. C., & Iñiguez-Monroy, C. G. (2022). Medición de las habilidades algebraicas, trigonométricas y geométricas de los estudiantes en el curso de cálculo diferencial en ingeniería | *Measuring students' algebra, trigonometry, and geometry skills on a differential calculus for engineering course*. *Revista Española de Pedagogía*, 80 (282), 289-308. <https://doi.org/10.22550/REP80-2-2022-07>  
<https://revistadepedagogia.org/>

ISSN: 0034-9461 (Impreso), 2174-0909 (Online)

year 80, n. 282, May-August 2022, 289-308  
revista española de pedagogía



culatation of surfaces and volumes of geometric shapes. The present research provides teaching staff with important elements to adapt or modify their instructional designs and improve the learning quality of higher education students in the field of calculus. Additionally, secondary school teachers may benefit from these results regarding the greater challenges students face when enrolling in engineering programs.

**Keywords:** calculus, evaluation, reliability, measuring instrument

### Resumen:

Se presentan los resultados de una investigación que incluyó la construcción y validación de un instrumento de medición para determinar las habilidades algebraicas, trigonométricas y geométricas que los estudiantes universitarios tienen al ingresar a una carrera de ingeniería y que son fundamentales para desempeñarse adecuadamente en los cursos de cálculo. En el diseño del instrumento participaron los profesores de la academia de matemáticas, todos con al me-

nos grado de maestría y experiencia docente en el área de cálculo. El instrumento de medición quedó integrado por 40 reactivos y su análisis de calidad se describe y se deriva de las respuestas emitidas durante el ciclo lectivo 2020-2022 por 875 estudiantes de nuevo ingreso a la carrera de ingeniería. Los resultados muestran que los reactivos con dificultad media y con alta discriminación, son los que cuentan con mayor coeficiente de predicción y corresponden mayormente al área de geometría, específicamente en los temas de la línea recta, la circunferencia y el cálculo de superficies y volúmenes de figuras geométricas. Esta investigación aporta a los docentes elementos importantes para considerar ajustar o modificar sus diseños instruccionales y mejorar la calidad del aprendizaje de sus estudiantes universitarios en el campo del cálculo, así como también la consideración de los profesores del nivel medio respecto de las mayores dificultades que presentan los estudiantes que pretenden ingresar a los programas de ingeniería.

**Descriptor:** cálculo, evaluación, fiabilidad, instrumento de medida.

## 1. Introduction

The study of mathematics provides a very important foundation in engineering; it makes it possible to model different scientific phenomena and interpret and communicate in precise language (Brito et al., 2011). It also favours the development of abstract reasoning, which is fundamental when training engineers (Ruiz et al., 2016; Morales, 2009). The importance for engineering students of studying and understanding differential calculus lies in the formation of

a solid conceptual platform, handling functions as mathematical models to represent quantitative and qualitative features, and acquiring knowledge of and the ability to apply a set of mathematical tools for solving science and engineering problems (Iglesias & Alonso, 2017; Ruiz et al., 2016).

Differential calculus is especially important on engineering degrees and is a prerequisite for courses such as integral calculus, differential equations, multivari-

able calculus, numerical methods, hydraulics, heat and mass transfer, statics, dynamics, electricity and magnetism, electrical circuits, and others.

In Mexico, standards of mathematics are a significant problem, as shown by the poor performance students from various subsystems have shown in standardised tests carried out nationally and internationally (Encinas et al., 2016). Academic performance, dropout, and repetition of courses are major problems, especially on degrees that require abstract logical thinking such as engineering. In addition, there is a lack of connection between the secondary education and higher education curricula, and the average grades are sometimes lower than the minimum pass mark for calculus courses (Hernández, 2005).

In recent decades there has been growing interest in studying the problem of academic failure, students not progressing to the next level, and abandonment by first-year degree students in engineering (Arraiz & Valecillos, 2010; Zavaleta & Flores, 2009; Correa et al., 2009), as well as in large-scale evaluation of learning, as they permit better knowledge and profiling of students' educational achievements. Evaluations make it possible to identify the skills acquired by students as a result of the teaching, and in turn make it possible to create strategies and assistance programmes to remedy low performance by students, which is a generalised concern in universities (Posso, 2005).

A previous study (Aguilar-Salinas et al., 2020) constructed and implemented

a valid and reliable instrument for measuring the algebra skills that engineering students require to perform adequately on the differential calculus course and found that the most important shortcoming in students' algebra skills relates to the topic of rationalisation, division of polynomials, and factorising sums and differences of cubes.

In view of this, it was determined that university students require other types of skills to perform adequately on a differential calculus course in engineering degrees at the Universidad Autónoma de Baja California (UABC). Therefore, this research refers to the construction and validation of an instrument for measuring algebra, trigonometry, and geometry skills.

Establishing what level of algebra, trigonometry, and geometry skills these students acquired during their previous education is crucial when designing strategies to improve these skills and promote students' academic success and performance on the calculus for engineering courses.

## 2. Methodology

The research carried out is, on the one hand, a descriptive study as it is motivated by carrying out a detailed analysis of the technical quality of the items that make up the test. On the other hand, it is also an exploratory study by virtue of its possible findings with regards to the algebra, trigonometry, and geometry skills engineering students possess, which are a fundamental part of their performance on mathematics for engineering courses.

## 2.1. Method

To construct the measuring instrument, we adopted the model of Nitko (1994) for developing curriculum-driven exams. This model is complemented by the methodology for constructing criterion-referenced tests of Popham (1990) and with methodological and operational contributions from Contreras (2000). The analysis of the quality of the measuring instrument was done in accordance with Classical Test Theory (CTT), so that the instrument designed enables measurement of the algebra, trigonometry, and geometry skills required for successful completion of the calculus modules on an engineering degree. In view of the above, it is necessary to determine its reliability, content validity, and criterion validity, as well as its difficulty index, discrimination index, and biserial correlation (Carmines & Zeller, 1987).

The reliability analyses make measuring the consistency or stability of the measurements when the measurement process is repeated possible (Prieto & Delgado, 2010), thus determining their ability to display stability in their results (García & Vilanova, 2008). In this case, the Kuder-Richardson KR-20 coefficient and the split halves method were used. The reliability analysis using the Kuder-Richardson coefficient (KR-20) makes it possible to establish the reliability of an instrument based on the data obtained in a single application. The items are evaluated dichotomously and are considered to have different difficulty indexes (Corral, 2009). In the analysis of reliability by the split halves method, the test is divided in half (even and odd) and is separated into two parallel tests, and the internal con-

sistency coefficient is used with the Spearman-Brown formula (Reidl-Martínez, 2013). If the instrument is reliable, there should be a strong correlation between the scores in the two halves.

In addition, the Ferguson delta coefficient was calculated, which measures the discriminating power of a complete test. The range of this coefficient is [0, 1] and it is satisfactory when it is greater than 0.90 (Ding et al., 2006).

The content validity was also calculated for the quality analysis of the instrument. This is established on the basis of suitable selection and indicators and is related to the mathematical processes and the testing of the validity of the items through expert judgement (Alsina & Coronata, 2014). In this type of validity test, a panel of experts with at least 5 years' experience in the topics being validated is selected who analyse the coherence of the items with what they set out to evaluate, the complexity of the items, and the cognitive ability to be evaluated (Barrazas, 2007) as well as the sufficiency and pertinence of the items. Here the aspects of the construct which are relevant, included in the competences and indicators, are considered (Cisneros et al., 2012).

Given that the measuring instrument designed here sets out to test students' command of knowledge that relates to algebra, trigonometry, and geometry content or topics that are regarded as necessary for studying and handling calculus in engineering programmes, a review was carried out with the aim of determining whether

the items in the measuring instrument actually examine the topics and indicators of achievement established in the design specifications. This review was done by a panel of 5 university faculty members from the area of mathematics with a minimum of master's degree, who were not involved in the process of design and construction of the measuring instrument. The experts evaluated each of the 40 items from the measuring instrument, considering the parameters of pertinence, conceptual clarity, wording and terminology, scaling and codifying, and format. The choice of parameters and calculation of the content validity coefficient (CVC) were done in accordance with Hernández-Nieto (2002) and Gempp (2006) and also on the basis of the contributions of Urrutia et al. (2014) who recommend keeping items with a content validity coefficient equal to or greater than 0.80.

The criterion validity is determined through the correlation of the scores from applying the diagnostic measuring instrument studied here and the scores obtained with another external criterion (Hernández, Fernández & Baptista, 2006). In this case, the ordinary (final) grades that the students obtained in the differential calculus course in the 2020–2022 period were used as the external criterion.

The measuring instrument is a criteria-based test which sets out to measure skills in algebra, trigonometry, and geometry skills and so support the diagnosis of the instructional design for the calculus courses. The difficulty index (DI) is related to the proportion of students who correctly solve an item, and is calculated in ac-

cordance with Crocker and Algina (1986). There are parameters for accepting an item according to its level of difficulty. For CTT this index should be between 0.1 and 0.9. Backhoff et al. (2000) suggest that the values of the difficulty index should be distributed as follows: 5% very easy items ( $0.87 < DI < 1$ ), 20% fairly easy ( $0.74 < DI < 0.86$ ), 50% moderately difficult ( $0.53 < DI < 0.73$ ), 20% fairly difficult ( $0.33 < DI < 0.52$ ), and 5% very difficult ( $DI < 0.32$ ).

The index of discrimination (IDC) of the item makes it possible to differentiate (discriminate) between students who obtained good marks on the test and one who obtained low marks. It is therefore related to a high likelihood that students who generally have very good performance on the test will correctly answer the item, and vice versa in the case of students with poor performance. In this analysis, 54% of population is considered, as 27% of the students with high performance are included as is an equal percentage of students with the lowest performance for each item reviewed.

Contreras and Backhoff (2004) and CTT, consider the discriminating power of the item appropriate if it is greater than 0.2. The scale of the IDC according to Backhoff et al. (2000) is: poor ( $IDC < 0.20$ ), moderate ( $0.20 < IDC < 0.30$ ), good ( $0.30 < IDC < 0.40$ ), and very good ( $IDC > 0.40$ ).

Another element considered to be important in the reliability and validity of the instrument relates to the correlation coefficient of the point biserial (rpbis), as this considers 100% of the population, not just 54% as in the case of the index of

discrimination. According to Henrysson (1971), this coefficient is an indicator of predictive validity, in which a student's response to an item is related to the result the student obtains from the test. It is calculated in accordance with the model of Backhoff et al. (2000) and the scale of values for this indicator is: low discrimination ( $rpbis < 0.14$ ), moderate ( $0.15 < rpbis < 0.25$ ), good discriminatory power ( $0.26 < rpbis < 0.35$ ), and excellent discrimination ( $rpbis > 0.35$ ).

In addition, this analysis includes the development of item profiles. To this end, we used cluster analysis (Bausela, 2005; Castejón et al., 2016; Dixon et al., 2017; Gonçalves et al., 2017). This analysis is a type of data classification that is done by grouping the elements analysed. The fundamental objective of this type of analysis is to classify  $n$  objects into  $k$  ( $k > 1$ ) groups, called clusters, by using  $p$  ( $p > 0$ ) variables. The type of classification was  $k$ -means, as this is a tool designed to assign cases to a fixed number of groups.

The database was analysed using Classical Test Theory (CTT) and cluster analysis with the IBM SPSS Statistics 23 program and Excel spreadsheets, with which the psychometric data for each item, difficulty index, index of discrimination, correlation coefficients for the point biserial, and item profiles were obtained.

## 2.2. Process of creation of the measuring instrument

Six faculty members participated in the construction of the measuring in-

strument: two on the instrument design team, two on the specifications development team, and two on the items development team. All of the participating faculty members had a master's or doctorate, as well as at least five years' teaching experience in the fields of algebra, trigonometry, geometry, differential calculus, and integral calculus.

The function of the measuring instrument design team is to analyse the curriculum of the area, detect and structure content that it is important to evaluate, construct a table of specifications for the instrument and draw up a document explaining its decisions. The construction of the measuring instrument is based on the minimum algebra, trigonometry, and geometry skills that the engineering students need to perform well on the calculus courses on the engineering degree. These skills were determined by the instrument design team and validated by the specifications development team and by the panel of experts. The mathematical concepts and procedures involved in the measuring instrument form part of the curriculum that the students have followed throughout their studies on the programme of the mathematics module, both in the general baccalaureate and on the technological baccalaureate (SEP, 2017).

The purpose of the measuring instrument is to establish the initial conditions of the incoming students on an engineering degree with regards to the algebra, trigonometry, and geometry knowledge and skills required to take the calculus

modules. To demonstrate these conditions, indicators of achievement were established for each specification and its respective item, which represent those traits of the student that make it possible

to evaluate the degree of command of one of the skills described. The topics and indicators of achievement for each of the 40 items that comprise the measuring instrument are presented in Table 1.

TABLE 1. Topics and indicators of achievement for each item from the measuring.

Item Number	Topic Number	Topic	Indicator of Achievement
1	1	Exponential expressions	Multiplication of algebraic expressions, monomial by monomial, using the first law of exponents.
2	1	Exponential expressions	Multiplication of algebraic expressions, monomial by monomial, using the second law of exponents.
3	1	Exponential expressions	Division of algebraic expressions, monomial by monomial, using the fifth law of exponents.
4	1	Exponential expressions	Operations with radicals by rationalising the denominator or numerator.
5	1	Exponential expressions	Operations with radicals by rationalising the denominator or numerator.
6	1	Exponential expressions	Operations with radicals by rationalising the denominator or numerator.
7	2	Polynomials and special products	Simplifying algebraic expressions with like terms and grouping symbols.
8	2	Polynomials and special products	Multiplications with algebraic expressions, polynomial by polynomial.
9	2	Polynomials and special products	Divisions with algebraic expressions, polynomial by monomial.
10	2	Polynomials and special products	Divisions with algebraic expressions, polynomials by binomials.
11	2	Polynomials and special products	Multiplications with special products, squares of binomials.
12	2	Polynomials and special products	Calculating the multiplication of special products, conjugate binomials.
13	2	Polynomials and special products	Calculating the multiplication of special products, cubed binomials.

14	3	Factorising	Factorising using a common factor.
15	3	Factorising	Factorising difference of squares.
16	3	Factorising	Factorising with trinomials that are not perfect squares.
17	3	Factorising	Factorising sum of cubes.
18	3	Factorising	Factorising difference of cubes.
19	4	Rational expressions	Adding rational expressions.
20	4	Rational expressions	Multiplying rational expressions.
21	5	Trigonometry, angles and their measurement	Converting an angle from degrees to radians.
22	5	Trigonometry, angles and their measurement	Converting an angle from radians to degrees.
23	6	Trigonometric functions	Determining the value of the trigonometric function based on a right-angled triangle (sine, cosine, tangent).
24	6	Trigonometric functions	Determining the value of the trigonometric function based on a right-angled triangle (cosecant, secant, cotangent).
25	6	Trigonometric functions	Determining the value of the trigonometric function by constructing a right-angled triangle with special angles (sine, cosine, tangent).
26	6	Trigonometric functions	Determining the value of the inverse trigonometric function by constructing a right-angled triangle with special angles (arccotangent).
27	6	Trigonometric functions	Determining the value of the inverse trigonometric function by constructing a right-angled triangle with special angles (arccosine).
28	6	Trigonometric functions	Transforming a trigonometric function into its algebraic form.
29	6	Trigonometric functions	Resolving statements of problems by using right-angled triangles.



30	6	Trigonometric functions	Resolving oblique triangles using the law of sines.
31	7	The straight line	Calculating the distance between two points from two given points.
32	7	The straight line	Calculating the slope of a straight line from two given points.
33	7	The straight line	Determining the general equation of a straight line based on one point and the slope.
34	7	The straight line	Determining the equation of a straight line from two points.
35	7	The straight line	Representing a linear equation algebraically based on its graphical representation.
36	8	Conic sections	Determining the graphical representation of a circumference from its algebraic representation.
37	8	Conic sections	Determining the algebraic representation of a circumference from its graphical representation.
38	9	Perimeter, area, and volume of geometric figures	Calculating the perimeter of a geometric figure.
39	9	Perimeter, area, and volume of geometric figures	Calculating the area of a geometric figure.
40	9	Perimeter, area, and volume of geometric figures	Calculating the volume of a geometric figure.

Source: Own elaboration.

The design of each of the 40 items is based on its respective specification (Graph 1), which considers aspects such as the algebra, trigonometry, or geometry topic to which it belongs, the indicator of achievement, according to Zabala and Arnau (2008), a comment about the meaning and functionality of the content, the basis

of the item, the vocabulary and type of information that will be used in this item, the characteristics of the distractors, the process for obtaining the correct response, a sample item, and the estimated completion time. The design of the specification for each item was done by the specifications development team.

GRAPH 1. Specification corresponding to item 32 from the measuring instrument.

<b>1. Identifying details of the content to be evaluated.</b>			
		<b>1.1 Item:</b>	<b>21</b>
<b>1.2 Subject:</b> Geometry		<b>1.3 Macro Content:</b> The straight line.	
<b>1.4 Topic:</b> Slope of a straight line.		<b>1.5 Subtopic:</b> Calculating the slope of a straight line.	
<b>2. Attributes of the item.</b>			
<b>2.1 Clarifying comment about the sense of the content</b> The slope of a straight line in a rectangular system of representation (on a Cartesian plane), is usually represented by the letter $m$ , and is defined as the difference on the Y axis divided by the difference on the X axis for two different points on a straight line. This is described in the following equation: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$			
<b>2.2 Indicator of achievement</b>		Calculating the slope of a straight line.	
<b>2. Type of content</b>		Concept ( )	Procedure (X)
<b>2.4 Difficulty</b>	Reproduction (X)	Connection ( )	Reflection ( )
<b>3. Attributes relevant to the stimuli that will be presented to the students.</b>			
<b>3.1 Instructions for responding to the item</b> Select the option that corresponds to the correct value of the slope between two points.			
<b>3.2 Basis of the item</b> Two points are given on the Cartesian plane to calculate the slope between them using the slope formula.			
<b>3.3 Vocabulary and textual, graphic or tabular information to use:</b> The information provided in this item is textual and includes both points on the Cartesian plane, so that the student can calculate the slope between them.			
<b>3.4 Distractors</b> The following distractors are suggested for this item: a) Presenting an incorrect calculation. b) Modifying the result based on common mistakes in the formula.			
<b>3.5 Correct response</b> The correct slope between the two points.			
<b>4. Sample item and time taken to resolve the item.</b>			
<b>4.1 Sample item</b> Calculate the slope of the straight line that passes through the points (-5.1) and (1.4). A) $\frac{1}{2}$ B) 2                      C) $-\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{4}$			
<b>4.2 Estimated time for completion</b> 1 minute			

Source: Own elaboration.

The instrument comprises 40 items and is multiple choice as students are asked to choose the correct response from 4 possible options. Each item is independent, as they all contain the necessary information for stating and responding to it. The instrument is criteria-based, as its purpose is to evaluate learning by showing what the subject can and cannot do. The items were designed by the items development team based on the designed specifications.

### 3. Results and discussion

This section is divided into three parts: the first refers to the analysis of quality of the measuring instrument; the second part alludes to the analysis of the clusters of items; and the third and final one refers to the results students obtained in the diagnosis.

#### 3.1. Analysis of the quality of the diagnostic measuring instrument

The measuring instrument was applied in the Mexicali Engineering Facul-

ty (FIM) at the UABC during the first week of the 2020-2022 study cycle. The instrument was applied to 876 newly-enrolled students at the FIM who were taking the differential calculus course. The reliability of the instrument calculated using KR-20 is  $r = 0.95$ , and by the split halves method it is  $r = 0.93$ , which are considered to be appropriate when they are equal to or greater than 0.85 in the case of large-scale standardised instruments (Muñoz & Mato, 2008; Contreras & Backhoff, 2004). The distribution of the total scores was calculated using Ferguson's delta, giving a value of 0.99, which fully satisfies the criteria established (Engelhardt, 2009; Ding et al., 2006).

The average of the difficulty index was  $0.68 \pm 0.15$  (mean  $\pm$  standard deviation). The percentage distribution resulting from the DI is as follows: very easy items (2 items) 5%, fairly easy (17 items) 42.5%, moderate difficulty (13 items) 32.5%, fairly difficult (8 items) 20%, and very difficult (0 items) 0%. The minimum difficulty value was 0.34 while the maximum value is 0.89, both of which are acceptable in accordance with CTT and with a similar distribution to that proposed by Backhoff et al. (2000).

It is calculated that 75% of the items have excellent discrimination and 25% have good discrimination. The average discrimination index is  $0.52 \pm 0.13$  (mean  $\pm$  standard deviation), which is within a category considered as excellent (greater than 0.40). The minimum value with regards to discrimination was 0.31 and all of

the items comply with this psychometric indicator (Contreras & Backhoff, 2004).

The average of the biserial correlation coefficients of the test is  $0.49 \pm 0.076$  (mean  $\pm$  standard deviation). It is calculated that 97.5% of the items have excellent discrimination, and 2.5% have good discrimination. No item was found with moderate, low, or negative discrimination.

With regards to the content validity, five experts took part and a CVC average of  $0.89 \pm 0.07$  (mean  $\pm$  standard deviation) was obtained with a minimum coefficient value of 0.82. The numbers above fully meet the criteria considered in this research for each item (Urrutia, Barrios, Gutiérrez & Mayorga, 2014; Gempp, 2006; Hernández-Nieto, 2002).

To determine the criterion validity, the ordinary grade that the students obtained on their differential calculus course during the 2020-2022 period of study was extracted from the records system of the department of academic services of the FIM. Of the 876 students who took the diagnostic test, we have records of the ordinary grades of 764 students for differential calculus, and we calculated the Pearson correlation between the score obtained in the diagnostic measuring instrument and the ordinary grade for differential calculus. When comparing the grades, a Pearson correlation coefficient of  $r = 0.313$  was obtained. This correlation is significant at a level of 0.01 and so it is classed as a moderate correlation on the scale of Hernández et al. (2018). In other words, the higher the students' scores on the diagnostic measuring instrument for algebra,

trigonometry, and geometry, the higher their ordinary grades on the differential calculus course. In addition, it was found that of the 764 students, 523 successfully completed the diagnostic instrument (a score equal to or greater than 60), of which 515 (98.5%) passed the differential calculus course.

### 3.2. Analysis of clusters of items

With the objective of establishing the significant features between psychometric indicators and the students' results, we carried out a k-means cluster analysis. The results were three profiles (Table 2) described below.

TABLE 2. Final cluster centres.

Psychometric indicators	Cluster		
	1	2	3
Difficulty index	0.81	0.46	0.62
Index of discrimination	0.42	0.47	0.65
rpbis	0.48	0.38	0.55
Number of items	17	6	17

Source: Own elaboration.

**Cluster 1.** This comprises 17 items, of which 70.6% are from algebra, 17.6% trigonometry, and 11.8% geometry. These are characterised by a higher difficulty index (0.81) and are classified as moderately easy. This group has the lowest indexes of discrimination (0.42) but have a fairly good predictive value ( $rpbis = 0.48$ ). This shows that the algebra items (owing to their percentage value) have the lowest discrimination and are the easiest ones for the students to answer. This group mainly comprises items from the area of algebra relating to polynomials, special products, and exponential expressions, while in the area of trigonometry items referring to angles and their measurement are predominant.

**Cluster 2.** This comprises 6 items, of which 2 are from algebra and 4 from trig-

onometry. There are no geometry items. They are characterised by greater levels of difficulty (0.46). The discrimination (0.47) of the group is fairly acceptable and they have the lowest predictive value (0.38) although this is acceptable. This shows that the items from the trigonometry area are the ones that least predict students' success. The ones students find most difficult correspond to the application of the law of sines and solving problems through trigonometry of the right-angled triangle, while in the area of algebra, solving factorisation with difference of cubes and rationalising with rational expressions present students with the greatest difficulties.

**Cluster 3.** This comprises 17 items, of which 35.3% belong to the algebra area, 17.6% are from trigonometry, and 47% correspond to the geometry area.

The items in this group are characterised by being fairly difficult (0.62), by having a greater discrimination value (0.65), and by being items with the greatest prediction (0.55) compared to the rest of the clusters. It is apparent that the items that best predict students' success in the diagnostic measuring instrument are those from the area of geometry as 80% of the geometry items that make up the instrument are in this grouping. Straight lines, circumference, and calculating the perimeter, area and volume of geometric figures form part of the geometry subtopics with medium difficulty and the highest discrimination and prediction values.

### 3.3. Analysis of the results students obtained in the diagnostic instrument

In the first part of this analysis, the indicators of achievement and items that students have the most difficulties with solving correctly in the various areas that make up the measuring instrument were determined. In the second

part, the difficulty by area of knowledge (algebra, trigonometry, and geometry) involved in the diagnostic instrument was established.

In the area of algebra: Item 6 (Graph 2), rationalising the numerator in an expression with a difficulty value of 0.34. It is considered that the difficulty of this item lies in the body of prior knowledge need and the application of rules to obtain the correct result, producing the conjugate, multiplying by the conjugate, and then simplifying are the series of steps that are normally required to rationalise an expression.

Item 10 (Graph 3), doing operations with algebraic expressions, polynomial by binomial, with a difficulty value of 0.46. The difficulty of this item is observed on the basis of the need to apply correctly the division algorithm (long procedure) and consider in this algorithm that the coefficient of the quadratic term is zero. Item 18, factorising with difference of cubes

GRAPH 2. Item 6 rationalising the numerator.

Question 6

2.5 points

What is the result of rationalising the numerator of the expression  $\frac{\sqrt{4+x}-2}{x}$ ?

Choose at least one correct response.

A) $\frac{-1}{\sqrt{4+x}-2}$	<i>Correct response</i>
B) $\frac{x}{\sqrt{4+x}-2}$	
C) $\frac{x}{\sqrt{4+x}+2}$	
D) $\frac{1}{\sqrt{4+x}+2}$	

Source: Own elaboration.

## GRAPH 3. Item 10, division of polynomial by binomial.

Question 10

2.5 points

What is the remainder from dividing  $x^3 - 7x + 6$  by  $x - 2$ ?

Choose at least one correct response.

A) 0	<i>Correct response</i>
B) 12	
C) -12	
D) 6	

Source: Own elaboration.

In the area of trigonometry, item 24 (DI = 0.37) and item 29 (DI = 0.41) stand out for their difficulty. The former refers to obtaining the value of the inverse trigonometric function of sine, cosine, or tangent of an angle, which initially involves fully calculating the right-angled triangle and then applying the definition of the trigono-

metric functions, specifically their reciprocals. The latter (Graph 4) relates to solving statements of problems using the right-angled triangle. Specialists have identified great difficulties for students in the case of problems from real life where solving them involves translation from natural language to algebra (Areaya & Sidelil, 2012).

## GRAPH 4. Item 29, resolving statements of problems by using right-angled triangles.

Question 29

2.5 points

An escalator has an angle of  $45^\circ$  with the floor and lifts people by a vertical distance of 5 metres. If a person takes 20 seconds to go from the bottom of the escalator to the top, How fast is the escalator moving?

Choose at least one correct response.

A) $\sqrt{2}$ m/s	
B) 4 m/s	
C) $\frac{4}{\sqrt{2}}$ m/s	
D) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ m/s	<i>Correct response</i>

Source: Own elaboration.

In the field of geometry, item 39 (DI = 0.39) refers to calculating the area of a geometric figure (Graph 5) and is the most difficult for the students.

This is followed in difficulty by item 33 (DI = 0.47), which relates to determining the equation of the straight line based on a point and the slope (Graph 6). The difficulty of this item lies in the

correct application of the point slope equation and of algebra skills, as the product, simplification, and finding the solution, given that it is an algorithm with a sequence of steps that is rather long for the student; the conventional path to reach the solution involves knowing and using the point slope equation, developing, simplifying, and making equal to zero.

GRAPH 5. Calculating the area of a geometric figure.

Question 39

2.5 points

The cylinder shown below has a height of  $h = 5$  metres and a radius of  $r = 2$  metres. What is the total surface area of cylinder?

$$h = 5$$

$$r = 2$$

The surface area  $S$  is 2 times the area of the base + the side area.

Choose at least one correct response.

A) $10 \pi m^2$	
B) $20 \pi m^2$	
C) $24 \pi m^2$	
D) $28 \pi m^2$	Correct response

Source: Own elaboration.

GRAPH 6. Determining the general equation of a straight line based on one point and the slope.

Question 33

2.5 points

What is the equation for the straight line that passes through point  $P(-3,1)$  and has a slope of 2?

Choose at least one correct response.

A) $y - 2x - 7 = 0$	Correct response
B) $y - 2x - 5 = 0$	
C) $y + 2x - 7 = 0$	
D) $y + 2x + 5 = 0$	

Source: Own elaboration.

In addition, the difficulty indexes by area of knowledge were calculated and no significant difference was found between the areas of trigonometry (DI = 0.66) and geometry (DI = 0.65), while the area of algebra was simpler for the students, as a difficulty of 0.72 was found, almost on the limit for classifying the area of algebra as fairly easy. This happens when the difficulty index is greater than 0.74 (Backhoff et al., 2000). Although the discrimination and prediction values are acceptable in all of the areas of knowledge, they are highest in geometry.

#### 4. Conclusions

We constructed a valid and reliable instrument with the aim of determining the extent to which newly enrolled students on an engineering degree have the algebra, trigonometry, and geometry skills needed to take and successfully complete the differential calculus module, and of predicting the likelihood of success in this module.

A panel of experts evaluated whether the content of the items examined the proposed algebra, trigonometry, and ge-

ometry topics and whether the items are indicators of what they set out to measure. The judgements of the professionals were favourable in relation to the diagnostic possibilities of the measuring instrument. To determine the criterion validity, students' final grades from the differential calculus course were used as the criterion. Comparing the grades from the instrument with the criterion, gave a Pearson correlation coefficient  $r = 0.313$ , which is significant at the 0.01 level. Accordingly, high scores on the measuring instrument are translated into high grades on the differential calculus course, and successfully taking the diagnostic measuring instrument predicts that 98.5% of the students will go on to pass the differential calculus course. Consequently, this measuring instrument is regarded as a predictor of student performance on their differential calculus course for engineering degrees.

The reliability of the instrument calculated using KR-20 is  $r = 0.95$ , and by the split halves method it is  $r = 0.93$ . Therefore, the instrument is highly reliable and its use can be considered for large-scale application.

Rationalising rational expressions, dividing polynomials by binomials, solving problems that involve the trigonometry of right-angled triangles, calculating areas of geometric figures, and determining the general equation of a straight line are the topics that caused students the most problems in the diagnostic instrument and they follow the pattern that solving them requires prior

knowledge and the application of successive rules.

Cluster analysis identified one cluster whose items better predict the success of students in the diagnostic instrument. In this cluster, items from the area of geometry predominate, the topics being: straight line, circumference, and calculating the perimeter area, and volume of geometric figures. The items from this cluster have medium difficulty and the highest discrimination values.

With the results from the application of this measuring instrument it is possible to identify the algebra, trigonometry, and geometry topics that students starting engineering degrees who will go on to take calculus modules find most difficult. At the same time, these results makes it possible to design the form and timing of the strategies needed to ensure that students have the algebra, trigonometry, and geometry skills required to complete the differential calculus module, as acquiring such skills directly affects students' academic performance.

The results of this research provide teachers with important elements to consider adjusting or modifying their instructional designs and improve the quality of their university students' learning in the field of calculus, as well as for secondary education teachers to consider regarding the greater difficulties presented by students who wish to enter engineering programmes.



## References

- Aguilar-Salinas, W. E., De Las Fuentes-Lara, M., Justo-López, A. C., & Martínez-Molina, A. D. (2020). Instrumento de medición para diagnosticar las habilidades algebraicas de los estudiantes en el Curso de Cálculo Diferencial en ingeniería [A measurement instrument for establishing the algebraic skills of engineering students on a Differential Calculus Course in engineering]. *revista española de pedagogía*, 78 (275). <https://doi.org/10.22550/REP78-1-2020-02>
- Alsina, Á., & Coronata, C. (2014). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación [Mathematical processes in teaching practices: design, construction and validation of an assessment instrument]. *Educación Matemática En La Infancia*, 3 (2), 23-36. <http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6/article/view/129>
- Areaya, S., & Sidelil, A. (2012). Students' difficulties and misconceptions in learning concepts of limit, continuity and derivative. *The Ethiopian Journal of Education*, 32 (2), 1-38. <http://213.55.95.79/index.php/EJE/article/view/343/246>
- Arraiz, G., & Valecillos, M. (2010). Regreso a las bases de la matemática: un imperativo en educación superior [Back to basics in mathematics: an imperative in higher education]. *Revista Digital Universitaria*, 11 (9), 1-14. <http://www.revista.unam.mx/vol.11/num9/art90/index.html>
- Backhoff, E., Larrazolo, N., & Rosas, M. (2000). Nivel de dificultad y poder de discriminación del examen de habilidades y conocimientos básicos (EXHCOBA) [The Difficulty Level and Discrimination Power of the Basic Knowledge and Skills Examination (EXHCOBA)]. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 2 (1), 1-19. <https://redie.uabc.mx/redie/article/view/15/26>
- Barrazas, A. (2007). La consulta a expertos como estrategia para la recolección de evidencias de validez basadas en contenido [Expert consultation as a strategy for collecting content-based validity evidence]. *Investigación Educativa Duranguense*, 7, 5-13. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2358908>
- Bausela, E. (2005). SPSS: un instrumento de análisis de datos cuantitativos [SPSS: a quantitative data analysis tool]. *Revista de Informática Educativa y Medios Audiovisuales*, 2 (4), 62-69. <http://laboratorios.fi.uba.ar/lie/Revista/Articulos/020204/A3mar2005.pdf>
- Brito, M., Alemán, I., Fraga, E., Para, J., & Arias, R. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros [Role of mathematical modeling in the training of engineers]. *Ingeniería Mecánica*, 14 (2), 129-139. <http://scielo.sld.cu/pdf/im/v14n2/im05211.pdf>
- Carmines, E., & Zeller, R. (1987). *Reliability and validity*. Sage.
- Castejón, J., Gilar, R., Miñano, P., & González, M. (2016). Latent class cluster analysis in exploring different profiles of gifted and talented students. *Learning and Individual Differences*, 50, 166-174. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2016.08.003>
- Cisneros, E., Jorquera, M., & Aguilar, Á. (2012). Validación de instrumentos de evaluación docente en el contexto de una universidad española [Validation of teaching evaluation instruments in the context of a Spanish university]. *Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de Educación*, 3 (1), 41-55. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4054206.pdf>
- Contreras, L. (2000). *Desarrollo y pilotaje de un examen de español para la educación primaria en Baja California [Development and Piloting of a Spanish Language Test for Primary Education in Baja California]* [Master's thesis, Universidad Autónoma de Baja California]. Universidad Autónoma de Baja California Digital Archive. [http://iide.ens.uabc.mx/documentos/divulgacion/tesis/MCE/1998/Luis\\_Angel\\_Contreras\\_Nino.pdf](http://iide.ens.uabc.mx/documentos/divulgacion/tesis/MCE/1998/Luis_Angel_Contreras_Nino.pdf)
- Contreras, L., & Backhoff, E. (2004). Metodología para elaborar exámenes criterios alineados al currículo [Methodology for developing curriculum-aligned criterion-referenced tests]. In Castañeda, S. (Eds.), *Educación aprendizaje y cognición, teoría en la práctica* (pp. 155-174). Manual Moderno.

- Corral, Y. (2009). Validez y confiabilidad de los instrumentos de investigación para la recolección de datos [Validity and reliability of research data collection instruments]. *Revista Ciencias de la Educación*, 19 (33), 228-247. <https://es.calameo.com/read/00441616680da9a5cd6ab>
- Correa, A., Chahar, B., Nieva, M., Figueroa, G., Gallo, R., & Holgado, L. (2009). Evaluando el rendimiento académico [Assessing academic performance]. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, 22, 317-326. <http://funes.uniandes.edu.co/4759/1/CorreaEvaluandoAlme2009.pdf>
- Crocker, L., & Algina, J. (1986). *Introduction to classical and modern test theory*. Holt, Rinehart and Winston.
- Ding, L., Chabay, R., Sherwood, B., & Beichner, R. (2006). Evaluating an electricity and magnetism assessment tool: Brief electricity and magnetism assessment. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 2 (1). <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.2.010105>
- Dixson, D., Worrell, F., & Mello, Z. (2017). Profiles of hope: How cluster of hope relate to school variables. *Learning and Individual Differences*, 59, 55-64. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2017.08.011>
- Encinas, F., Osorio, M., Ansaldo, J., & Peralta, J. (2016). El cálculo y la importancia de los conocimientos previos en su aprendizaje [Calculus and the importance of prior knowledge in learning it]. *Revista de Sistemas y Gestión Educativa*, 3 (7), 32-41. [https://www.ecorfan.org/bolivia/researchjournals/Sistemas\\_y\\_Gestion\\_Educativa/vol3num7/Revista\\_Sistemas\\_Gestion\\_Educativa\\_V3\\_N7\\_4.pdf](https://www.ecorfan.org/bolivia/researchjournals/Sistemas_y_Gestion_Educativa/vol3num7/Revista_Sistemas_Gestion_Educativa_V3_N7_4.pdf)
- Engelhardt, P. (2009). An Introduction to classical test theory as applied to conceptual multiple-choice tests. *Getting Started in PER*, 2 (1).
- García, M., & Vilanova, S. (2008). Las representaciones sobre el aprendizaje de los alumnos de profesorado. Diseño y validación de un instrumento para analizar concepciones implícitas sobre el aprendizaje en profesores de matemática en formación [Learning representations of teaching students. Design and validation of an instrument to measure implicit learning conceptions in mathematics teaching students]. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*, 3 (2), 27-35. <https://ppct.caicyt.gov.ar/index.php/reiec/article/view/7409>
- Gempp, R. (2006). El error estándar de medida y la puntuación verdadera de los tests psicológicos: algunas recomendaciones prácticas [The standard error of measurement and the true score of psychological tests: Some practical recommendations]. *Terapia psicológica*, 24 (2), 117-129. <https://www.redalyc.org/pdf/785/78524201.pdf>
- Gonçalves, T., Niemivirta, M., & Lemos, M. (2017). Identification of students' multiple achievement and social goal profiles and analysis of their stability and adaptability [Identificación de los perfiles de logros múltiples y objetivos sociales de los estudiantes y análisis de su estabilidad y adaptabilidad]. *Learning and Individual Differences*, 54, 149-159. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2017.01.019>
- Henrysson, S. (1971). Gathering, analysing, and using data on test items. In R. L. Thorndike (Ed.), *Educational Measurement* (pp. 130-159). American Council on Education.
- Hernández, A. (2005). El rendimiento académico de las matemáticas en alumnos universitarios [Academic performance in mathematics in university students]. *Encuentro educacional*, 12 (1), 9-30. <https://produccioncientificaluz.org/index.php/encuentro/article/view/861/863>
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación [Research methodology]*. Mc Graw Hill.
- Hernández-Nieto, R. (2002). *Contributions to statistical analysis*. Universidad de Los Andes.
- Hernández, J., Espinosa, J., Peñaloza, M., Rodríguez, J., Chacón, J., Toloza, C., Arenas, M., Carrillo, S., & Bermúdez, V. (2018). Sobre el uso adecuado del coeficiente de correlación de Pearson: definición, propiedades y suposiciones [On the proper use of the Pearson correlation coefficient: definitions, properties and assumptions]. *Archivos Venezolanos de Farmacología y Terapéutica*, 37 (5), 587-595. [https://www.revistaavft.com/images/revistas/2018/avft\\_5\\_2018/25sobre\\_uso\\_adecuado\\_coeficiente.pdf](https://www.revistaavft.com/images/revistas/2018/avft_5_2018/25sobre_uso_adecuado_coeficiente.pdf)
- Iglesias, N., & Alonso I. (2017). Estudio exploratorio sobre la importancia de la matemática para la carrera de ingeniería civil en la Universidad de Oriente [Exploratory study about the importance of the mathematics for the career of civil engineering in the oriente university]. *REFCALE: Revista Electrónica de Formación y Calidad Educativa*, 5 (1), 45-62. <http://refcale.ulead.edu.ec/index.php/refcale/article/view/1325/0>

- Morales, E. (2009). Los conocimientos previos y su importancia para la comprensión del lenguaje matemático en la educación superior [Background knowledge and its importance in mathematical language comprehension in higher education]. *Universidad, Ciencia y Tecnología*, 13 (52), 211-222. [http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1316-48212009000300004](http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-48212009000300004)
- Muñoz, J., & Mato, M. (2008). Análisis de las actitudes respecto a las matemáticas en alumnos de ESO [Analysis of attitudes towards mathematics in ESO students]. *Revista de Investigación Educativa*, 26 (1), 209-226. <http://revistas.um.es/rie/article/view/94181>
- Nitko, A. (1994). *A model for developing curriculum-driven criterion-referenced and norm-referenced national examinations for certification and selection of students* [Paper presentation]. International Conference on Educational Evaluation and Assessment of the Association for the Study of Educational Evaluation in Southern Africa's (ASEESA) Pretoria, South Africa. <https://eric.ed.gov/?id=ED377200>
- Posso, A. (2005). Sobre el bajo aprovechamiento en el curso de matemáticas I de la UTP [On the low achievement in the mathematics I course at utp]. *Scientia et Technica*, 11 (28), 169-174.
- Popham, J. (1990). *Modern educational measurement: A practitioner's perspective [La medición educativa moderna: la perspectiva de un profesional]*. Allyn and Bacon, MA.
- Prieto, G., & Delgado, A. (2010). Fiabilidad y validez [Reliability and validity]. *Papeles del Psicólogo*, 3 (1), 67-74. <http://www.papelesdelpsicologo.es/pdf/1797.pdf>
- Reidl-Martínez, L. (2013). Confiabilidad en la medición [Reliability of measurement]. *Investigación en Educación Médica*, 2 (6), 107-111. <http://www.scielo.org.mx/pdf/iem/v2n6/v2n6a7.pdf>
- Ruiz, E., Carmona, E., & Montiel, Á. (2016). Importancia del cálculo en el desarrollo académico del ingeniero [Importance of calculus in the academic development of the engineer]. *Pistas Educativas*, 120, 402-420. <http://www.itcelaya.edu.mx/ojs/index.php/pistas/article/view/559>
- SEP (2017). *Planes de estudio de referencia del componente básico del marco curricular común de la educación media superior [Reference curricula of the basic component of the Common Curriculum Framework for Upper Secondary Education (CCEF)]*. Secretaría de Educación Pública.
- Urrutia, M., Barrios, S., Gutiérrez, M., & Mayorga, M. (2014). Métodos óptimos para determinar validez de contenido [Optimal method for content validity]. *Educación Médica Superior*, 28 (3), 547-558. <http://scielo.sld.cu/pdf/ems/v28n3/ems14314.pdf>
- Zabala, A., & Arnau, L. (2008). *11 ideas clave. Cómo aprender y enseñar competencias [11 key ideas. How to learn and teach competences]*. Editorial Grao.
- Zavaleta, A., & Flores, C. (2009). Evaluación del currículo matemático escolar aprendido [Evaluation of the learned school mathematics curriculum]. *Red Cimates*, 702-712. <https://core.ac.uk/download/pdf/322383805.pdf>

## Authors' biographies

**Maximiliano de las Fuentes-Lara** holds a Doctorate in Higher Education in Engineering from the Universidad Autónoma de Baja California. He is currently Associate Professor and Coordinator of the Integral Calculus and Differential Equations modules in the Mexicali Faculty of Engineering at this university. His research interests focus on the problem of teaching, learning, and assessing mathematics for engineering.



<http://orcid.org/0000-0002-1001-4663>

**Wendolyn Elizabeth Aguilar-Salinas** has a Doctorate in Sciences from the Universidad Autónoma de Baja California. She is currently an Associate Professor and Director of the basic stage at this university's Mexicali Faculty of Engineer-

ing. Her research interests are centred on learning and teaching of mathematics, teaching techniques and technologies, and on educational modalities.

 <http://orcid.org/0000-0003-2223-9234>

**Araceli Celina Justo-López** has a Doctorate in Engineering from the Universidad Autónoma de Baja California. She is currently an Associate Professor and is head of the Mexicali Faculty of Engineering at this university. Her research interests centre on educational technologies.

 <http://orcid.org/0000-0002-6911-2065>

**César Gonzalo Iñiguez-Monroy** has a Doctorate in Engineering from the Universidad Autónoma de Baja California. He is currently an Associate Professor and is head of the chemistry academic area in the Faculty of Engineering at this university. His research interests focus on teaching and learning of chemistry for engineers and STEM+A education.

 <https://orcid.org/0000-0002-7101-0738>



# Table of contents

## Sumario

### Studies *Estudios*

**Pedro Ortega Ruiz, & Eduardo Romero Sánchez**  
Moral education from Levinas: Another educational model  
*La educación moral a partir de Levinas: otro modelo educativo* 233

**Joaquín García Carrasco, & Macarena Donoso González**  
At the dawn of humanisation: *Culture* casts a polyhedral shadow, the female gender and teaching practice  
*Al alba de la humanización: Cultura proyecta sombra de poliedro, género de mujer y práctica de magisterio* 251

**Ana Isabel Ponce Gea, & Noelia Sánchez-Pérez**  
Conceptions underlying the construction of knowledge: A model from history teaching  
*Concepciones subyacentes a la construcción del conocimiento: un modelo desde la didáctica de la historia* 269

**Maximiliano de las Fuentes-Lara, Wendolyn Elizabeth Aguilar-Salinas, Araceli Celina Justo-López, & César Gonzalo Iñiguez-Monroy**  
Measuring students' algebra, trigonometry, and geometry skills on a differential calculus for engineering course  
*Medición de las habilidades algebraicas, trigonométricas y geométricas de los estudiantes en el curso de cálculo diferencial en ingeniería* 289

### Notes *Notas*

**Encarnación Sánchez Lissen**  
Reasons for an educational pact in Spain within the framework of decentralised government administration  
*Razones para un pacto educativo en España en el marco de una administración descentralizada* 311

**Santiago López Navia**  
Rhetoric in teaching and e-learning in university education  
*Retórica docente y enseñanza online en la educación universitaria* 331

**Antonio Fernández-Cano, & Alfonso Fernández-Guerrero**  
Spanish educational production in the *Social Sciences Citation Index* (2010-2020). III  
*Producción educativa española en el Social Sciences Citation Index (2010-2020). III* 347

**Diego González-Rodríguez, Agustín Rodríguez-Esteban, & Héctor González-Mayorga**  
Differences in teachers' training in digital competence and its application in the classroom: A comparative study by educational levels between Spain and France  
*Diferencias en la formación del profesorado en competencia digital y su aplicación en el aula. Estudio comparado por niveles educativos entre España y Francia* 371

---

## Book reviews

---

**Gargallo, B., & Pérez, C. (Coord.) (2021).** *Aprender a aprender, competencia clave en la sociedad del conocimiento. Su aprendizaje y enseñanza en la universidad [Learn to learn, key competency in knowledge society. The way in which it is learned and taught at university]* (Vicent Gozávez). **Domínguez Garrido, M. C., López-Gómez, E., & Cacheiro-González, M. L. (Coords.) (2021).** *Investigación e internacionalización en la formación basada en competencias [Research and internationalization in*

*competency-based education]* (Paula Álvarez Urda). **Martínez-Otero Pérez, V. (2021).** *La educación personalizada del estudiante [Personalized education of students]* (Martha Leticia Gaeta González). **Pérez, C., & Asensi, C. (2021).** *Cómo crear un clima de aula positivo. Actividades y técnicas de intervención [How to create a positive classroom environment. Intervention activities and techniques]* (Fran J. García-García). **391**

## Call for papers

Solicitud de originales

407

This is the English version of the research articles and book reviews published originally in the Spanish printed version of issue 282 of the **revista española de pedagogía**. The full Spanish version of this issue can also be found on the journal's website <http://revistadepedagogia.org>.



ISSN: 0034-9461 (Print), 2174-0909 (Online)

<https://revistadepedagogia.org/>

Depósito legal: M. 6.020 - 1958

INDUSTRIA GRÁFICA ANZOS, S.L. Fuenlabrada - Madrid

# Medición de las habilidades algebraicas, trigonómicas y geométricas de los estudiantes en el curso de cálculo diferencial en ingeniería

## *Measuring students' algebra, trigonometry, and geometry skills on a differential calculus for engineering course*

**Dr. Maximiliano DE LAS FUENTES-LARA.** Profesor Titular. Universidad Autónoma de Baja California  
(maximilianofuentes@uabc.edu.mx).

**Dra. Wendolyn Elizabeth AGUILAR-SALINAS.** Profesor Titular. Universidad Autónoma de Baja California  
(aguilar.wendolyn@uabc.edu.mx).

**Dra. Araceli Celina JUSTO-LÓPEZ.** Profesor Titular. Universidad Autónoma de Baja California  
(araceli.justo@uabc.edu.mx).

**Dr. César Gonzalo IÑIGUEZ-MONROY.** Profesor Titular. Universidad Autónoma de Baja California  
(cesar.iiguez@uabc.edu.mx).

### Resumen:

Se presentan los resultados de una investigación que incluyó la construcción y validación de un instrumento de medición para determinar las habilidades algebraicas, trigonométricas y geométricas que los estudiantes universitarios tienen al ingresar a una carrera de ingeniería y que son fundamentales para desempeñarse adecuadamente en los cursos de cálculo. En el diseño del instrumento participaron los profesores de la academia de mate-

máticas, todos con al menos grado de maestría y experiencia docente en el área de cálculo. El instrumento de medición quedó integrado por 40 reactivos y su análisis de calidad se describe y se deriva de las respuestas emitidas durante el ciclo lectivo 2020-2022 por 875 estudiantes de nuevo ingreso a la carrera de ingeniería. Los resultados muestran que los reactivos con dificultad media y con alta discriminación, son los que cuentan con mayor coeficiente de predicción y corresponden mayormente

---

Fecha de recepción de la versión definitiva de este artículo: 07-03-2021.

Cómo citar este artículo: De las Fuentes-Lara, M., Aguilar-Salinas, W. E., Justo-López, A. C. y Iñiguez-Monroy, C. G. (2022). Medición de las habilidades algebraicas, trigonométricas y geométricas de los estudiantes en el curso de cálculo diferencial en ingeniería | *Measuring students' algebra, trigonometry, and geometry skills on a differential calculus for engineering course*. *Revista Española de Pedagogía*, 80 (282), 289-308. <https://doi.org/10.22550/REP80-2-2022-07>

<https://revistadepedagogia.org/>

ISSN: 0034-9461 (Impreso), 2174-0909 (Online)

revista española de pedagogía  
año 80, n.º 282, mayo-agosto 2022, 289-308





al área de geometría, específicamente en los temas de la línea recta, la circunferencia y el cálculo de superficies y volúmenes de figuras geométricas. Esta investigación aporta a los docentes elementos importantes para considerar ajustar o modificar sus diseños instruccionales y mejorar la calidad del aprendizaje de sus estudiantes universitarios en el campo del cálculo, así como también la consideración de los profesores del nivel medio respecto de las mayores dificultades que presentan los estudiantes que pretenden ingresar a los programas de ingeniería.

**Descriptor:** cálculo, evaluación, fiabilidad, instrumento de medida.

### Abstract:

The results of a study that involved the construction and validation of a measuring instrument to evaluate algebraic, trigonometric, and geometric skills that university students possess upon entering an engineering program and which are critical for students to perform

properly in calculus courses are presented. The instrument design was carried out by faculty members from the mathematics academy, all of whom hold master's degrees and have taught calculus in the past. This study was composed of 40 reagents and its quality analysis was based on data collected from 875 incoming freshmen during the 2020-2022 school cycle. Data analysis showed that reagents with medium difficulty and high discrimination are the ones with the highest predictive coefficient and correspond mainly to the geometry field, specifically in the topics of the straight line, circumference, and the calculation of surfaces and volumes of geometric shapes. The present research provides teachers with essential elements to adapt or modify their instructional designs and improve the learning quality of higher education students in the field of calculus. Additionally, middle school teachers may benefit from these results regarding the critical challenges students face when enrolling in engineering programs.

**Keywords:** calculus, evaluation, reliability, measuring instrument.

## 1. Introducción

El estudio de la matemática en ingeniería provee de un soporte simbólico, permite modelar los distintos fenómenos de la ciencia e interpretar y comunicar en lenguaje preciso (Brito et al., 2011). También favorece al desarrollo del razonamiento abstracto, el cual es fundamental en la formación del ingeniero (Ruiz et al., 2016; Morales, 2009). La importancia del estudio y comprensión del cálculo diferencial para los estudiantes de ingeniería radica en la

formación de una plataforma conceptual sólida, el manejo de las funciones como modelo matemático para la representación de rasgos cuantitativos y cualitativos, y el conocimiento y aplicación de un conjunto de herramientas matemáticas para la resolución de problemas de ciencia e ingeniería (Iglesias y Alonso, 2017; Ruiz et al., 2016).

Particularmente en las carreras de ingeniería, la asignatura de cálculo diferencial impacta de manera importante y es precedente

de cursos, como cálculo integral, ecuaciones diferenciales, cálculo multivariable, métodos numéricos, hidráulica, transferencia de calor y masa, estática, dinámica, electricidad y magnetismo, circuitos eléctricos, entre otros.

En México, el aprendizaje de la matemática es un severo problema. Prueba de ello ha sido el pobre desempeño que han mostrado los estudiantes de diversos subsistemas en pruebas estandarizadas de aplicación nacional e internacional (Encinas et al., 2016). El rendimiento académico, deserción y repitencia son problemas trascendentes que se agravan en las carreras en las que se requiere el pensamiento lógico abstracto, como lo es en los programas de ingeniería. A esto se suma la desarticulación académica del currículo entre la formación media y la formación superior, y que en ocasiones el promedio de calificaciones es inferior a la calificación mínima aprobatoria para los cursos de Cálculo (Hernández, 2005).

En las últimas décadas se ha tomado un interés creciente respecto del estudio de la problemática de reprobación, rezago y abandono de los estudiantes de primer año de licenciatura en ingeniería (Arraiz y Valecillos, 2010; Zavaleta y Flores, 2009; Correa et al., 2009), así como también por la evaluación del aprendizaje a gran escala, ya que permiten un mejor conocimiento y caracterización del logro educativo de los estudiantes. Las evaluaciones permiten detectar las habilidades generadas en los estudiantes a partir de la enseñanza, lo cual posibilita la creación de estrategias y programas de atención para remediar el bajo aprovechamiento de los estudiantes, que es una preocupación generalizada en las universidades (Posso, 2005).

Un estudio previo (Aguilar-Salinas et al., 2020) construyó y aplicó un instrumento de medición válido y confiable sobre las habilidades algebraicas que los estudiantes de ingeniería requieren para desempeñarse adecuadamente en el curso de cálculo diferencial y se identificó que la mayor deficiencia en las habilidades algebraicas de los estudiantes pertenece al tema de la racionalización, división de polinomios, factorización de suma y diferencia de cubos.

En razón de los antecedentes descritos, se determinó que existen otro tipo de habilidades que requieren los estudiantes universitarios para desempeñarse adecuadamente en un curso de cálculo diferencial en las carreras de ingeniería de la Universidad Autónoma de Baja California (UABC), por ello, esta investigación refiere a la construcción y validación de un instrumento de medición sobre las habilidades algebraicas, trigonométricas y geométricas.

La determinación de las habilidades algebraicas, trigonométricas y geométricas que adquirieron dichos estudiantes durante su educación previa resulta crucial para diseñar estrategias que mejoren dichas habilidades y promover el éxito y rendimiento académico de los estudiantes en los cursos de cálculo para ingeniería.

## 2. Metodología

La investigación realizada se considera, por una parte, como un estudio de tipo descriptivo toda vez que está motivada para llevar a cabo un análisis de calidad técnica detallado de los reactivos que componen la prueba, y por otra, también se considera un

estudio de tipo exploratorio en virtud de los posibles hallazgos respecto de las habilidades algebraicas, trigonométricas y geométricas con que cuentan los estudiantes de ingeniería y que son parte fundamental de su desempeño en los cursos de matemáticas para ingeniería.

## 2.1. Método

Para construir el instrumento de medición se adoptó el modelo de Nitko (1994) para desarrollar exámenes orientados por el currículo. Dicho modelo se complementa con la metodología para la construcción de test criterios de Popham (1990) y con aportaciones metodológicas y operativas de Contreras (2000). El análisis de calidad del instrumento de medición se hace de acuerdo a la teoría clásica de los test (TCT), de manera que el instrumento diseñado permita medir las habilidades algebraicas, trigonométricas y geométricas requeridas para cursar efectivamente las asignaturas de cálculo en una carrera de ingeniería. Por lo anterior, se considera necesaria la determinación de la confiabilidad, la validez de contenido y criterio, así como los índices de dificultad, discriminación y correlación biserial (Carmines y Zeller, 1987).

Los análisis de confiabilidad permiten medir la consistencia o estabilidad de las medidas cuando el proceso de medición se repite (Prieto y Delgado, 2010). Se determina entonces su capacidad para demostrar la estabilidad en sus resultados (García y Vilanova, 2008). Para este caso se utilizaron el coeficiente de Kuder-Richardson KR-20 y el método de mitades partidas. El análisis de confiabilidad mediante el coeficiente de Kuder-Richardson (KR-20) permite obtener la

confiabilidad de un instrumento a partir de los datos obtenidos en una sola aplicación, los reactivos se valoran dicotómicamente y se considera que los reactivos tienen diferente índice de dificultad (Corral, 2009). En el análisis de confiabilidad por el método de mitades partidas, se realiza dividiendo la prueba a la mitad (pares e impares) y se separan en dos pruebas paralelas. Se utiliza el coeficiente de consistencia interna con la fórmula de Spearman-Brown (Reidl-Martínez, 2013). Si el instrumento es confiable, las puntuaciones de ambas mitades deben estar fuertemente correlacionadas.

De manera adicional se calculó el coeficiente delta de Ferguson que mide el poder de discriminación de una prueba completa. El rango de dicho coeficiente es  $[0, 1]$  y es satisfactorio cuando es mayor que 0.90 (Ding et al., 2006).

Se desarrolló a su vez para el análisis de calidad del instrumento la validez de contenido, la cual se garantiza a partir de la selección e indicadores adecuados y relacionados con los procesos matemáticos, y el contraste de la validez de los reactivos a través del juicio de expertos (Alsina y Coronata, 2014). En este tipo de validez, se selecciona un panel de jueces expertos con al menos 5 años de antigüedad en los temas objeto de la validación, quienes deben analizar la coherencia de los reactivos con lo que se desea evaluar, la complejidad de los reactivos y la habilidad cognitiva a evaluar (Barrazas, 2007), así como la suficiencia y pertinencia de los reactivos. Aquí se consideran los aspectos del constructo que son relevantes, incluidos en las competencias y los indicadores (Cisneros et al., 2012).

Dado que el instrumento de medición diseñado pretende comprobar el dominio de los conocimientos que los estudiantes tienen respecto de los contenidos o temas de álgebra, trigonometría y geometría que se consideran necesarios para el estudio y el tratamiento del cálculo en los programas de ingeniería y con el propósito de determinar si los reactivos del instrumento de medición examinan verdaderamente los tópicos e indicadores de logro establecidos en las especificaciones de diseño, se llevó a cabo una revisión con un equipo de 5 jueces profesores universitarios del área de matemáticas con grado mínimo de maestría, ajenos al proceso de diseño y construcción del instrumento de medición. Los jueces evaluaron cada uno de los 40 reactivos del instrumento de medición en cuanto a los parámetros de pertinencia, claridad conceptual, redacción y terminología, escalamiento y codificación y formato. Tanto la elección de los parámetros como el cálculo del coeficiente de validez de contenido (CVC) se llevó a cabo de acuerdo a Hernández-Nieto (2002) y Gempp (2006), así como también a partir de las contribuciones de Urrutia et al. (2014), quienes recomiendan mantener reactivos cuyo coeficiente de validez de contenido sea igual o superior a 0.80.

La validez de criterio se determina mediante la correlación de las puntuaciones resultantes de aplicar el instrumento de medición diagnóstico objeto de estudio y las puntuaciones obtenidas con otro criterio externo (Hernández et al., 2006). En este caso, como criterio externo se utilizaron las calificaciones ordinarias (finales) que los estudiantes obtuvieron en el curso de cálculo diferencial en el periodo 2020-2022.

El instrumento de medición es considerado como una prueba criterial en virtud de la que se pretende determinar habilidades algebraicas, trigonométricas y geométricas y apoyar el diagnóstico del diseño instruccional para los cursos de cálculo. El índice de dificultad (ID) está relacionado con la proporción de estudiantes que resuelven correctamente un reactivo y se calcula de acuerdo con Crocker y Algina (1986). Existen parámetros para la aceptación de un reactivo de acuerdo con su nivel de dificultad. Para la TCT este índice debe estar entre 0.1 y 0.9. De acuerdo a Backhoff et al. (2000) se sugiere que los valores del índice de dificultad se distribuyan de la manera siguiente: 5 % de reactivos altamente fáciles ( $0.87 < ID < 1$ ), 20 % medianamente fáciles ( $0.74 < ID < 0.86$ ), 50 % con una dificultad media ( $0.53 < ID < 0.73$ ), 20 % medianamente difíciles ( $0.33 < ID < 0.52$ ) y 5 % altamente difíciles ( $ID < 0.32$ ).

El índice de discriminación (IDC) del reactivo permite diferenciar (discriminar) entre aquellos estudiantes que obtuvieron buenas calificaciones en la prueba y aquellos que obtuvieron bajo puntaje. Está relacionado entonces con la alta posibilidad de responder correctamente el reactivo en aquellos estudiantes con un desempeño en general sobresaliente en la prueba, situación opuesta para el caso de los estudiantes con un deficiente desempeño. En este análisis se considera el 54 % de la población, toda vez que se incluye el 27 % de los estudiantes con alto rendimiento e igual porcentaje de estudiantes con el más bajo rendimiento, por cada reactivo que se revisa.

Para Contreras y Backhoff (2004) y para la TCT el valor discriminativo del reactivo

se considera apropiado si es mayor que 0.2. La escala del IDC de acuerdo con Backhoff et al. (2000) es: malo ( $IDC < 0.20$ ), regular ( $0.20 < IDC < 0.30$ ), bueno ( $0.30 < IDC < 0.40$ ) y excelente ( $IDC > 0.40$ ).

Otro elemento considerado importante en la confiabilidad y validez del instrumento tiene que ver con el coeficiente de correlación del punto biserial ( $r_{pbis}$ ), toda vez que este considera el 100 % de la población, no solo al 54 %, como en el caso del índice de discriminación. Según Henrysson (1971), este coeficiente es un indicador de validez predictiva, en donde se relaciona la respuesta a un reactivo por un estudiante y el resultado que obtuvo de la prueba se calcula de acuerdo con el modelo de Backhoff et al. (2000). La escala de valores de este indicador es: discrimina pobremente ( $r_{pbis} < 0.14$ ), regularmente ( $0.15 < r_{pbis} < 0.25$ ), buen poder discriminativo ( $0.26 < r_{pbis} < 0.35$ ) y excelente nivel de discriminación ( $r_{pbis} > 0.35$ ).

Como complemento en este análisis se adiciona el desarrollo de perfiles de reactivos. Para tal efecto, se utilizó la técnica denominada análisis de conglomerados (Bausela, 2005; Castejón et al., 2016; Dixson et al., 2017; Gonçalves et al., 2017). Este análisis es un tipo de clasificación de datos que se lleva a cabo mediante la agrupación de los elementos analizados. El objetivo fundamental de este tipo de análisis es el de clasificar  $n$  objetos en  $k$  ( $k > 1$ ) grupos, llamadas agrupaciones, mediante la utilización de  $p$  ( $p > 0$ ) variables. El tipo de clasificación fue de K-medias, por ser una herra-

mienta diseñada para asignar casos a un número fijo de grupos.

La base de datos se analizó mediante la teoría clásica de los test (TCT) y el análisis de conglomerados a través del programa IBM SPSS Statistics 23 y hoja electrónica Excel con los que se obtuvieron los datos psicométricos de cada reactivo, índices de dificultad, discriminación, coeficiente de correlación del punto biserial y perfiles de reactivos.

## 2.2. Procedimiento de construcción del Instrumento de medición

En la construcción del instrumento de medición participaron seis profesores, dos en el comité diseñador del instrumento, dos en el comité elaborador de especificaciones y dos en el comité elaborador de reactivos. Todos los profesores participantes tenían el grado de maestría y doctorado, así como también experiencia docente mínima de cinco años en las áreas de álgebra, trigonometría, geometría, cálculo diferencial y cálculo integral.

La función del comité diseñador del instrumento de medición es analizar el currículum del área, detectar y estructurar el contenido importante a evaluar, construir una tabla de especificaciones del instrumento y elaborar un documento de justificación de las decisiones. Se señala que la construcción del instrumento de medición se basa en las habilidades algebraicas, trigonométricas y geométricas mínimas que los estudiantes de ingeniería requieren para desempeñarse favorablemente en los cursos de cálculo en las carreras de ingeniería. Dichas habilidades fueron

determinadas por el comité diseñador del instrumento y validado por el comité elaborador de especificaciones y por el equipo de jueces expertos. Los conceptos y procedimientos matemáticos implicados en el instrumento de medición forman parte del currículo que los estudiantes han llevado a cabo a través de sus estudios en el programa de la asignatura de Matemáticas tanto del bachillerato general como del bachillerato tecnológico (SEP, 2017).

El propósito del instrumento de medición es establecer las condiciones iniciales

de los estudiantes de nuevo ingreso a una carrera de ingeniería en cuanto a los conocimientos y habilidades algebraicas, trigonométricas y geométricas requeridas para cursar las asignaturas de cálculo. Para evidenciar estas condiciones se establecieron para cada especificación y su respectivo reactivo indicadores de logro, que representan aquellas conductas del alumno que permiten valorar el grado de dominio sobre alguna habilidad de las descritas. Los tópicos e indicadores de logro de cada uno de los 40 reactivos que componen el instrumento de medición se presentan en la Tabla 1.

TABLA 1. Tópicos e indicadores de logro de cada reactivo del instrumento de medición.

Número de Reactivo	Número de Tópico	Tópico	Indicador de logro
1	1	Expresiones exponenciales	Hacer multiplicaciones con expresiones algebraicas, monomio por monomio, utilizando la primera ley de los exponentes.
2	1	Expresiones exponenciales	Hacer multiplicaciones con expresiones algebraicas, monomio por monomio, utilizando la segunda ley de los exponentes.
3	1	Expresiones exponenciales	Hacer divisiones con expresiones algebraicas, monomio entre monomio, utilizando la quinta ley de los exponentes.
4	1	Expresiones exponenciales	Hacer operaciones con radicales mediante la racionalización del denominador o numerador.
5	1	Expresiones exponenciales	Hacer operaciones con radicales mediante la racionalización del denominador o numerador.
6	1	Expresiones exponenciales	Hacer operaciones con radicales mediante la racionalización del denominador o numerador.
7	2	Polinomios y productos notables	Simplificar expresiones algebraicas que cuentan con términos semejantes y signos de agrupación.
8	2	Polinomios y productos notables	Hacer multiplicaciones con expresiones algebraicas, polinomio por polinomio.
9	2	Polinomios y productos notables	Hacer divisiones con expresiones algebraicas, polinomio entre monomio.

10	2	Polinomios y productos notables	Hacer divisiones con expresiones algebraicas, polinomio entre binomio.
11	2	Polinomios y productos notables	Hacer multiplicaciones con productos notables, binomio al cuadrado.
12	2	Polinomios y productos notables	Calcular la multiplicación de productos notables, binomios conjugados.
13	2	Polinomios y productos notables	Calcular la multiplicación de productos notables, binomio al cubo.
14	3	Factorización	Hacer factorizaciones mediante factor común.
15	3	Factorización	Hacer factorizaciones de la diferencia de cuadrados.
16	3	Factorización	Hacer factorizaciones con trinomios que no son cuadrados perfectos.
17	3	Factorización	Hacer factorizaciones con suma de cubos.
18	3	Factorización	Hacer factorizaciones con diferencia de cubos.
19	4	Expresiones racionales	Realizar la operación de suma con expresiones racionales.
20	4	Expresiones racionales	Realizar la operación de multiplicación de expresiones racionales.
21	5	Trigonometría, ángulos y su medición	Convertir un ángulo de grados a radianes.
22	5	Trigonometría, ángulos y su medición	Convertir un ángulo de radianes a grados.
23	6	Funciones trigonométricas	Determinar el valor de la función trigonométrica a partir de un triángulo rectángulo (seno, coseno, tangente).
24	6	Funciones trigonométricas	Determinar el valor de la función trigonométrica a partir de un triángulo rectángulo (cosecante, secante, cotangente)
25	6	Funciones trigonométricas	Determinar el valor de la función trigonométrica a partir de la construcción de un triángulo rectángulo con ángulos especiales (seno, coseno, tangente).
26	6	Funciones trigonométricas	Determinar el valor de la función trigonométrica inversa a partir de la construcción de un triángulo rectángulo con ángulos especiales (arcotangente).
27	6	Funciones trigonométricas	Determinar el valor de la función trigonométrica inversa a partir de la construcción de un triángulo rectángulo con ángulos especiales (arcoseno).
28	6	Funciones trigonométricas	Transformar una función trigonométrica a su forma algebraica.

29	6	Funciones trigonométricas	Resolver enunciados de problemas mediante el uso del triángulo rectángulo.
30	6	Funciones trigonométricas	Resolver triángulos oblicuángulos mediante la ley de senos.
31	7	La Línea recta	Calcular la distancia entre dos puntos a partir de dos puntos dados.
32	7	La Línea recta	Calcular la pendiente de una recta a partir de dos puntos dados.
33	7	La Línea recta	Determinar la ecuación general de la línea recta a partir de un punto y la pendiente.
34	7	La Línea recta	Determinar la ecuación de la línea recta a partir de dos puntos.
35	7	La Línea recta	Representar algebraicamente una ecuación lineal a partir de su representación gráfica.
36	8	Secciones cónicas	Determinar la representación gráfica de una circunferencia a partir de su representación algebraica.
37	8	Secciones cónicas	Determinar la representación algebraica de una circunferencia a partir de su gráfica.
38	9	Perímetro, área y volumen de figuras geométricas	Calcular el perímetro de una figura geométrica.
39	9	Perímetro, área y volumen de figuras geométricas	Calcular la superficie de una figura geométrica.
40	9	Perímetro, área y volumen de figuras geométricas	Calcular el volumen de una figura geométrica.

Fuente: Elaboración propia.

El diseño de cada uno de los 40 reactivos se basa en su respectiva especificación (Gráfico 1), la cual contempla aspectos, como el tópico de álgebra, trigonometría o geometría al que pertenece, el indicador de logro de acuerdo a Zabala y Arnau (2008), un comentario acerca del sentido y funcionalidad del contenido, la base del reactivo,

el vocabulario y tipo de información que se utilizará en este reactivo, las características de los distractores, el procedimiento para obtener la respuesta correcta, un reactivo muestra y el tiempo estimado de ejecución. El diseño de la especificación para cada reactivo la realizó el comité elaborador de especificaciones.



GRÁFICO 1. Especificación correspondiente al reactivo 32 del instrumento de medición.

<b>1. Datos de identificación del contenido a evaluar.</b>			
1.1 Reactivo:			32
1.2 Asignatura: Geometría		1.3 Contenido Macro: La línea recta.	
1.4 Tema: Pendiente de una recta	1.5 Subtema: Cálculo de la pendiente de una recta.		
<b>2. Atributos del reactivo.</b>			
<b>2.1 Comentario aclaratorio acerca del sentido del contenido</b> La pendiente de una recta en un sistema de representación rectangular (de un plano cartesiano), suele estar representada por la letra $m$ , y está definida como la diferencia en el eje Y dividido por la diferencia en el eje X para dos puntos distintos en una recta. En la siguiente ecuación se describe: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$			
2.2 Indicador de logro	Calcular la pendiente de una recta.		
2.3 Tipo de contenido	Concepto ( )	Procedimiento ( X )	
2.4 Dificultad	Reproducción ( X )	Conexión ( )	Reflexión ( )
<b>3. Atributos relevantes de los estímulos que se presentarán a los estudiantes.</b>			
3.1 Instrucciones para responder el reactivo Seleccionar la opción que corresponde al valor correcto de la pendiente entre dos puntos.			
3.2 Base del reactivo Se propone dos puntos en el plano cartesiano para que mediante la fórmula de la pendiente, se calcule la pendiente que existe entre ellos.			
3.3 Vocabulario e información textual, gráfica o tabular a emplear: La información que se emite en este reactivo es de tipo textual incluyendo ambos puntos del plano cartesiano, de manera que el estudiante calcule la pendiente entre ellos.			
3.4 Distractores Se sugieren para este reactivo los siguientes distractores: a) Presentar calculo incorrecto. b) <u>Modificar el resultado a partir de errores comunes en la fórmula.</u>			
3.5 Respuesta correcta La pendiente correcta entre ambos puntos.			
<b>4. Reactivo muestra y duración de la resolución del reactivo.</b>			
4.1 Reactivo muestra Calcular la pendiente de la recta que pasa por los puntos $(-5,1)$ y $(1,4)$ .  A) $\frac{1}{2}$ B) 2                      C) $-\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{4}$			
4.2 Tiempo estimado de ejecución 1 minuto			

Fuente: Elaboración propia.

El instrumento está compuesto por 40 reactivos y es de opción múltiple ya que se pide al estudiante elegir de entre 4 respuestas la que es correcta, cada reactivo es independiente, toda vez que contiene la información necesaria para plantearlo y

responderlo. El instrumento es criterial, ya que tiene el propósito de evaluar el aprendizaje informando sobre lo que puede hacer o no el examinado. Los reactivos fueron diseñados por el comité elaborador de reactivos a partir de las especificaciones diseñadas.

### 3. Resultados y discusión

Esta sección se ha dividido en tres partes, la primera se refiere al análisis de calidad del instrumento de medición, la segunda parte alude al análisis de las agrupaciones de reactivos y la tercera a los resultados que obtuvieron los estudiantes en el diagnóstico.

#### 3.1. Análisis de la calidad del instrumento de medición diagnóstico

La aplicación del instrumento de medición se llevó a cabo en las instalaciones de la Facultad de Ingeniería Mexicali (FIM) de la UABC durante la primera semana de iniciado el ciclo lectivo 2020-2022. El instrumento se aplicó a 876 estudiantes de nuevo ingreso a la FIM inscritos en el curso de cálculo diferencial. La confiabilidad del instrumento calculada mediante KR-20 es  $r = 0.95$  por el método de mitades partidas es  $r = 0.93$ , considerados como apropiados cuando son mayor o igual que 0.85 en el caso de instrumentos estandarizados y de gran escala (Muñoz y Mato, 2008; Contreras y Backhoff, 2004). La distribución de los puntajes totales se calculó mediante la prueba delta de Ferguson, obteniendo un valor de 0.99, lo que satisface ampliamente el criterio establecido (Engelhardt, 2009; Ding et al., 2006).

El promedio del índice de dificultad resultó ser de  $0.68 \pm 0.15$  (media  $\pm$  desviación estándar). La distribución porcentual resultante del ID es el siguiente: reactivos altamente fáciles (2 reactivos) 5 %, medianamente fácil (17 reactivos) 42.5 %, dificultad media (13 reactivos) 32.5 %, medianamente difíciles (8 reactivos) 20 % y altamente difíciles (0 reactivos) 0 %. El

valor mínimo respecto a la dificultad resultó 0.34, mientras que el valor máximo es 0.89, aceptables de acuerdo con la TCT y con distribución similar a la propuesta por Backhoff et al. (2000).

Se cuenta con que el 75 % de los reactivos tienen discriminación excelente y 25 % discriminación buena. El índice promedio de discriminación es  $0.52 \pm 0.13$  (media  $\pm$  desviación estándar), el cual cae dentro de una calificación considerada como excelente (mayor que 0.40). El valor mínimo respecto a la discriminación resultó 0.31, por lo que todos los reactivos cumplen con este indicador psicométrico (Contreras y Backhoff, 2004).

El promedio de los coeficientes de correlación biserial de la prueba es  $0.49 \pm 0.076$  (media  $\pm$  desviación estándar). Se cuenta con que el 97.5 % de los reactivos tienen discriminación excelente, 2.5 % discriminación buena. No se encontró ningún reactivo con discriminación regular, pobre o negativa.

En cuanto a la validez de contenido, participaron cinco jueces y se obtuvo un CVC promedio de  $0.89 \pm 0.07$  (media  $\pm$  desviación estándar) con un valor mínimo en el coeficiente de de 0.82. Los números anteriores cumplen cabalmente con cada uno de los reactivos con los criterios considerados en esta investigación (Urrutia et al., 2014; Gempp, 2006; Hernández-Nieto, 2002).

Para determinar la validez de criterio, se extrajo de la aplicación de actas del departamento de servicios escolares de la

FIM la calificación ordinaria que los estudiantes obtuvieron en su curso de cálculo diferencial durante el periodo lectivo 2020-2022. De los 876 estudiantes que aplicaron el diagnóstico, se tiene cuenta de 764 estudiantes de sus calificaciones ordinarias de cálculo diferencial y se llevó a cabo el cálculo de la correlación Pearson entre la calificación obtenida en el instrumento de medición diagnóstico y la calificación ordinaria de cálculo diferencial. Al relacionar las calificaciones se obtuvo un coeficiente de correlación Pearson  $r = 0.313$  significativa en el nivel 0.01 y calificada como correlación moderada de acuerdo con la escala de Hernández et al. (2018). Es decir que, a mayor calificación de los estudiantes en el instrumento de medición diagnóstico de álgebra, trigo-

nometría y geometría, mayor serán sus calificaciones ordinarias en el curso de cálculo diferencial. De manera adicional se encontró que, de los 764 estudiantes, 523 acreditaron (calificación igual o superior que 60) el diagnóstico, de los cuales 515 (98.5 %) aprobaron el curso de cálculo diferencial.

### 3.2. Análisis de las agrupaciones de reactivos

Con el propósito de establecer las características significativas entre los indicadores psicométricos y los resultados de los estudiantes, se realizó un análisis de conglomerados de k-medias. Los resultados fueron tres perfiles (Tabla 2) que se describen a continuación.

TABLA 2. Centros de clústeres finales.

Indicadores psicométricos	Agrupación		
	1	2	3
Índice de dificultad	0.81	0.46	0.62
Índice de discriminación	0.42	0.47	0.65
rpbis	0.48	0.38	0.55
Cantidad de reactivos	17	6	17

Fuente: Elaboración propia.

**Agrupación 1.** Consta de 17 reactivos, de los cuales el 70.6 % son de álgebra, el 17.6 % de trigonometría y de geometría el 11.8 %. Se caracterizan por el mayor índice de dificultad (0.81) y se clasifican como medianamente fáciles. Este grupo cuenta con los índices de discriminación más bajos (0.42), pero con un valor (rpbis = 0.48) de predicción considerablemente bueno. De lo anterior se observa que los reactivos de

álgebra (por su valor porcentual) son los que cuentan con la menor discriminación y son los más fáciles de responder por parte del estudiante. Este grupo se conforma mayormente por reactivos del área de álgebra que tienen que ver con polinomios, productos notables y expresiones exponenciales, mientras que en el área de trigonometría prevalecen reactivos referentes a los ángulos y su medición.

**Agrupación 2.** Consta de 6 reactivos, de los cuales 2 son de álgebra y 4 de trigonometría, no hay reactivos de geometría. Se caracterizan por las mayores dificultades (0.46), la discriminación (0.47) del grupo es considerablemente aceptable y cuentan con el menor valor de predicción (0.38) a pesar de que es aceptable. De lo anterior se observa que los reactivos del área de trigonometría son los que menos predicen el éxito de los estudiantes y los más difíciles para los estudiantes corresponden a la aplicación de la ley de senos y la resolución de problemas mediante el uso de la trigonometría del triángulo rectángulo, mientras que, en el área de álgebra, la factorización con diferencia de cubos y la racionalización con expresiones racionales presentan la mayor dificultad para su resolución.

**Agrupación 3.** Consta de 17 reactivos, de los cuales el 35.3 % pertenecen al área de álgebra, el 17.6 % son de trigonometría y 47 % corresponden al área de geometría. Los reactivos de este grupo se caracterizan por su dificultad media (0.62), por el mayor valor de discriminación (0.65) y por la mayor predicción (0.55) respecto al resto de las agrupaciones. Se observa que los reactivos que mejor predicen el éxito de los estudiantes en el instrumento de medición diagnóstico son los del área de geometría, toda vez que el 80 % de los reactivos de geometría que conforman el instrumento se localizan en esta agrupación. Línea recta, circunferencia y el cálculo de perímetro, área y volumen de figuras geométricas forman parte de los subtemas de geometría con dificultad media y

los valores más altos de discriminación y predicción.

### 3.3. Análisis de los resultados que obtuvieron los estudiantes en el diagnóstico

En la primera parte de este análisis se determinaron los indicadores de logro y reactivos en los que los estudiantes presentan la mayor dificultad para resolverlos correctamente en las diversas áreas que conforman el instrumento de medición. En la segunda parte se establece la dificultad por área de conocimiento (álgebra, trigonometría y geometría) involucrada en el diagnóstico.

En el área de álgebra: Reactivo 6 (Gráfico 2), racionalizar el numerador en una expresión con valor de dificultad de 0.34. Se considera que la dificultad de este reactivo estriba en la serie de conocimientos previos y aplicación de reglas para obtener el resultado correcto, producir el conjugado, multiplicar por el conjugado y luego simplificar, son la serie de pasos que convencionalmente se requieren para racionalizar una expresión.

Reactivo 10 (Gráfico 3), hacer operaciones con expresiones algebraicas, polinomio entre binomio, con valor de dificultad de 0.46. La dificultad de este reactivo se observa a partir de la necesidad de aplicar correctamente el algoritmo de la división (procedimiento largo) y considerar en dicho algoritmo que el coeficiente del término cuadrático es cero. El reactivo 18, hacer factorizaciones con diferencia de cubos con valor de dificultad de 0.51, cuya dificultad se explica precisamente en el manejo de exponentes cúbicos a diferencia de los exponentes cuadráticos.

## GRÁFICO 2. Reactivo 6 racionalización del numerador.

Pregunta 6

(2,5 puntos) ...

¿Cuál es el resultado de racionalizar el numerador de la expresión  $\frac{\sqrt{4+x}-2}{x}$ ?

Elija al menos una respuesta correcta.

(A)  $\frac{-1}{\sqrt{4+x}-2}$

(B)  $\frac{x}{\sqrt{4+x}-2}$

(C)  $\frac{x}{\sqrt{4+x}+2}$

(D)  $\frac{1}{\sqrt{4+x}+2}$

Respuesta correcta

Fuente: Elaboración propia.

## GRÁFICO 3. Reactivo 10, división de polinomio entre binomio.

Pregunta 10

(2,5 puntos) ...

¿Cuál es el residuo de dividir  $x^3 - 7x + 6$  entre  $x - 2$ ?

Elija al menos una respuesta correcta.

(A) 0

Respuesta correcta

(B) 12

(C) -12

(D) 6

Fuente: Elaboración propia.

En el área de trigonometría destacan por su dificultad el reactivo 24 (ID = 0.37) y el reactivo 29 (ID = 0.41), el primero se refiere la obtención del valor de la función trigonométrica recíproca de seno, coseno o tangente de un ángulo, el cual implica inicialmente resolver totalmente el triángulo rectángulo y luego aplicar la definición de las funciones trigonométricas, específicamente sus recíprocas. El segundo (Gráfico 4) tiene que ver con la resolución de enunciados de problemas mediante el

uso del triángulo rectángulo. Especialistas han identificado dificultad mayúscula cuando se trata de problemas de la vida real cuya resolución implica la traducción del lenguaje natural al algebraico (Areaya y Sidelil, 2012).

En el campo de la geometría el reactivo 39 (ID = 0.39) se refiere al cálculo de la superficie de una figura geométrica (Gráfico 5) es el de mayor dificultad para los estudiantes.

GRÁFICO 4. Reactivo 29, resolución de enunciados de problemas mediante el uso del triángulo rectángulo.

Pregunta 29

2,5 puntos ...

Una escalera eléctrica forma un ángulo de  $45^\circ$  con respecto al suelo y sube a las personas hasta una distancia vertical de 5 metros. Si una persona tarda 20 segundos en llegar desde la parte más baja de la escalera hasta la parte más alta, ¿A qué velocidad se mueve la escalera?

Elija al menos una respuesta correcta.

(A)  $\sqrt{2} m/s$

(B)  $4 m/s$

(C)  $\frac{4}{\sqrt{2}} m/s$

(D)  $\frac{\sqrt{2}}{4} m/s$

Respuesta correcta

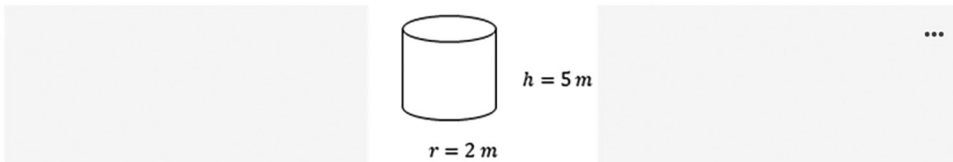
Fuente: Elaboración propia.

GRÁFICO 5. Cálculo de la superficie de una figura geométrica.

Pregunta 39

2,5 puntos ...

El cilindro que se exhibe a continuación tiene una altura  $h = 5$  metros y radio  $r = 2$  metros. ¿Cuál es la superficie total del cilindro?



Considere que la superficie  $S$  es 2 veces el área de la base + área lateral.

Elija al menos una respuesta correcta.

(A)  $10 \pi m^2$

(B)  $20 \pi m^2$

(C)  $24 \pi m^2$

(D)  $28 \pi m^2$

Respuesta correcta

Fuente: Elaboración propia.

Le sigue por su dificultad el reactivo 33 (ID = 0.47), que tiene que ver con la determinación de la ecuación de la recta a partir de un punto y la pendiente (Gráfico 6). La dificultad de este reactivo estriba en la aplicación correcta de la ecuación punto pendiente y de las habilidades algebraicas, como el producto, simplificación y despeje, debido a que se trata de un algoritmo con una secuencia de pasos un tanto extensa para el estudiante. El camino convencional para llegar a la solución implica conocer y utilizar la ecuación punto pendiente, desarrollar, simplificar e igualar a cero.

De manera adicional, se calcularon los índices de dificultad por área de conocimiento y no se encontró diferencia significativa entre el área de trigonometría (ID = 0.66) y geometría (ID = 0.65), mientras que el área de álgebra resultó más sencilla para los estudiantes, toda vez que se encontró una dificultad de 0.72, casi en el límite para clasificar el área de álgebra como medianamente fácil. Esto ocurre cuando el índice de dificultad es mayor que 0.74 (Bachhoff et al., 2000). Aunque los valores de discriminación y predicción son aceptables en todas las áreas de conocimiento, es geometría la que cuenta con los valores más altos.

GRÁFICO 6. Determinación de la ecuación de la recta a partir de un punto y la pendiente.

Pregunta 33

2,5 puntos ...

¿Cuál es la ecuación de la recta que pasa por el punto  $P(-3,1)$  y pendiente de 2 ?

Elija al menos una respuesta correcta.

- (A)  $y - 2x - 7 = 0$  *Respuesta correcta*
- (B)  $y - 2x - 5 = 0$
- (C)  $y + 2x - 7 = 0$
- (D)  $y + 2x + 5 = 0$

Fuente: Elaboración propia.

#### 4. Conclusiones

Se construyó un instrumento válido y confiable con el propósito de determinar en qué medida un estudiante de nuevo ingreso a la carrera de ingeniería cuenta con las habilidades algebraicas, trigonométricas y geométricas requeridas para cursar y acreditar la asignatura de cálculo diferen-

cial, así como también para predecir las posibilidades de éxito en dicha asignatura.

Un equipo de jueces evaluó si los contenidos de los reactivos indagaban sobre los tópicos de álgebra, trigonometría y geometría propuestos, si los reactivos son indicadores de lo que se pretende medir. Los juicios de

los profesionales resultaron favorables en relación con las posibilidades diagnósticas del instrumento de medición. Para determinar la validez de criterio se utilizaron las calificaciones finales de los estudiantes en el curso de cálculo diferencial como criterio. Al relacionar las calificaciones del instrumento con el criterio se obtuvo un coeficiente de correlación Pearson  $r = 0.313$  significativa en el nivel 0.01. En este sentido las calificaciones altas en el instrumento de medición se traducen en calificaciones altas en la unidad de aprendizaje de cálculo diferencial. La acreditación del instrumento de medición diagnóstico predice que el 98.5 % de los estudiantes acreditará el curso de cálculo diferencial. En este sentido se considera dicho instrumento de medición un predictor del rendimiento de los estudiantes en su curso de cálculo diferencial para las carreras de ingeniería.

La confiabilidad del instrumento calculada mediante KR-20 es  $r = 0.95$ , por el método de mitades partidas es  $r = 0.93$ , por lo que el instrumento es altamente confiable y puede considerarse su uso para aplicarse a gran escala.

La racionalización de expresiones racionales, la división de polinomio entre binomio, la resolución de problemas que involucran la aplicación de la trigonometría del triángulo rectángulo, el cálculo de superficies de figuras geométricas, y la determinación de la ecuación general de la recta son los tópicos que mayor dificultad causaron a los estudiantes en el diagnóstico y obedecen a que para su resolución se requiere de conocimientos previos y aplicación de reglas sucesivas.

De acuerdo con el análisis de conglomerados se identificó una agrupación cuyos reactivos predicen mejor el éxito de los estudiantes en el diagnóstico. En esta agrupación predominan reactivos del área de geometría y los tópicos son: línea recta, circunferencia y el cálculo de perímetro, área y volumen de figuras geométricas. Los reactivos de esta agrupación cuentan con dificultad media y los valores más altos de discriminación.

Con los resultados de la aplicación de este instrumento de medición es posible identificar los tópicos de álgebra, trigonometría y geometría con mayor dificultad para los estudiantes que ingresan a las carreras de ingeniería y que consecuentemente cursarán asignaturas de cálculo. A su vez, estos resultados permiten en tiempo y forma diseñar estrategias necesarias para asegurar que los estudiantes cuenten con las habilidades algebraicas, trigonométricas y geométricas requeridas para cursar la asignatura de cálculo diferencial, toda vez que apropiarse de tales habilidades repercute directamente en el rendimiento académico del estudiante.

Los resultados de esta investigación aportan a los docentes elementos importantes para considerar ajustar o modificar sus diseños instruccionales y mejorar la calidad del aprendizaje de sus estudiantes universitarios en el campo del cálculo, así como también la consideración de los profesores del nivel medio respecto de las mayores dificultades que presentan los estudiantes que pretenden ingresar a los programas de ingeniería.



## Referencias bibliográficas

- Aguilar-Salinas, W. E., De Las Fuentes-Lara, M., Justo-López, A. C. y Martínez-Molina, A. D. (2020). Instrumento de medición para diagnosticar las habilidades algebraicas de los estudiantes en el Curso de Cálculo Diferencial en ingeniería. *revista española de pedagogía*, 78 (275). <https://doi.org/10.22550/REP78-1-2020-02>
- Alsina, Á. y Coronata, C. (2014). Los procesos matemáticos en las prácticas docentes: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación. *Educación Matemática En La Infancia*, 3 (2), 23-36. <http://www.edma0-6.es/index.php/edma0-6/article/view/129>
- Areaya, S. y Sidelil, A. (2012). Students' difficulties and misconceptions in learning concepts of limit, continuity and derivative [Dificultades y conceptos erróneos de los alumnos en el aprendizaje de los conceptos de límite, continuidad y derivada]. *The Ethiopian Journal of Education*, 32 (2), 1-38. <http://213.55.95.79/index.php/EJE/article/view/343/246>
- Arraiz, G. y Valecillos, M. (2010). Regreso a las bases de la matemática: un imperativo en educación superior. *Revista Digital Universitaria*, 11 (9), 1-14. <http://www.revista.unam.mx/vol.11/num9/art90/index.html>
- Backhoff, E., Larrazolo, N. y Rosas, M. (2000). Nivel de dificultad y poder de discriminación del examen de habilidades y conocimientos básicos (EXHCOBA). *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 2 (1), 1-19. <https://redie.uabc.mx/redie/article/view/15/26>
- Barrazas, A. (2007). La consulta a expertos como estrategia para la recolección de evidencias de validez basadas en contenido. *Investigación Educativa Duranguense*, 7, 5-13. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2358908>
- Bausela, E. (2005). SPSS: un instrumento de análisis de datos cuantitativos. *Revista de Informática Educativa y Medios Audiovisuales*, 2 (4), 62-69. <http://laboratorios.fi.uba.ar/lie/Revista/Articulos/020204/A3mar2005.pdf>
- Brito, M., Alemán, I., Fraga, E., Para, J. y Arias, R. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. *Ingeniería Mecánica*, 14 (2), 129-139. <http://scielo.sld.cu/pdf/im/v14n2/im05211.pdf>
- Carmine, E. y Zeller, R. (1987). *Reliability and Validity Assessment* [Evaluación de la fiabilidad y la validez]. Sage.
- Castejón, J., Gilar, R., Miñano, P. y González, M. (2016). Latent class cluster analysis in exploring different profiles of gifted and talented students [Análisis de conglomerados de clases latentes en la exploración de diferentes perfiles de alumnos superdotados y con talento]. *Learning and Individual Differences*, 50, 166-174. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2016.08.003>
- Cisneros, E., Jorquera, M. y Aguilar, Á. (2012). Validación de instrumentos de evaluación docente en el contexto de una universidad española. *Voces y Silencios: Revista Latinoamericana de Educación*, 3 (1), 41-55. <https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/4054206.pdf>
- Contreras, L. (2000). *Desarrollo y pilotaje de un examen de español para la educación primaria en Baja California* [Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Baja California]. Repositorio de la Universidad Autónoma de Baja California. [http://iide.ens.uabc.mx/documentos/divulgacion/tesis/MCE/1998/Luis\\_Angel\\_Contreras\\_Nino.pdf](http://iide.ens.uabc.mx/documentos/divulgacion/tesis/MCE/1998/Luis_Angel_Contreras_Nino.pdf)
- Contreras, L. y Backhoff, E. (2004). Metodología para elaborar exámenes criteriosales alineados al currículo. En Castañeda, S. (Eds.), *Educación aprendizaje y cognición, teoría en la práctica* (pp. 155-174). Manual Moderno.
- Corral, Y. (2009). Validez y confiabilidad de los instrumentos de investigación para la recolección de datos. *Revista Ciencias de la Educación*, 19 (33), 228-247. <https://es.calameo.com/read/00441616680da9a5cd6ab>
- Correa, A., Chahar, B., Nieva, M., Figueroa, G., Gallo, R. y Holgado, L. (2009). Evaluando el rendimiento académico. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 22, 317-326. <http://funes.uniandes.edu.co/4759/1/CorreaEvaluandoAlme2009.pdf>
- Crocker, L. y Algina, J. (1986). *Introduction to classical and modern test theory* [Introducción a la teoría de la prueba clásica y moderna]. Holt, Rinehart and Winston.
- Ding, L., Chabay, R., Sherwood, B. y Beichner, R. (2006). Evaluating an electricity and magnetism assessment tool: Brief electricity and magnetism assessment [Evaluación de una herramienta de valoración de la electricidad y

- el magnetismo: breve evaluación de la electricidad y el magnetismo]. *Physical Review Special Topics - Physics Education Research*, 2 (1). <https://doi.org/10.1103/PhysRevSTPER.2.010105>
- Dixon, D., Worrell, F. y Mello, Z. (2017). Profiles of hope: How cluster of hope relate to school variables [Perfiles de esperanza: cómo se relacionan los grupos de esperanza con las variables escolares]. *Learning and Individual Differences*, 59, 55-64. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2017.08.011>
- Encinas, F., Osorio, M., Ansaldo, J. y Peralta, J. (2016). El cálculo y la importancia de los conocimientos previos en su aprendizaje. *Revista de Sistemas y Gestión Educativa*, 3 (7), 32-41. [https://www.ecorfan.org/bolivia/researchjournals/Sistemas\\_y\\_Gestion\\_Educativa/vol3num7/Revista\\_Sistemas\\_Gestion\\_Educativa\\_V3\\_N7\\_4.pdf](https://www.ecorfan.org/bolivia/researchjournals/Sistemas_y_Gestion_Educativa/vol3num7/Revista_Sistemas_Gestion_Educativa_V3_N7_4.pdf)
- Engelhardt, P. (2009). An introduction to classical test theory as applied to conceptual multiple-choice tests [Introducción a la teoría clásica de los tests aplicada a los tests conceptuales de elección múltiple]. *Getting Started in PER*, 2 (1).
- García, M. y Vilanova, S. (2008). Las representaciones sobre el aprendizaje de los alumnos de profesorado. Diseño y validación de un instrumento para analizar concepciones implícitas sobre el aprendizaje en profesores de matemática en formación. *Revista electrónica de investigación en educación en ciencias*, 3 (2), 27-35. <https://ppct.caicyt.gov.ar/index.php/reiec/article/view/7409>
- Gempp, R. (2006). El error estándar de medida y la puntuación verdadera de los tests psicológicos: algunas recomendaciones prácticas. *Terapia psicológica*, 24 (2), 117-129. <https://www.redalyc.org/pdf/785/78524201.pdf>
- Gonçalves, T., Niemivirta, M. y Lemos, M. (2017). Identification of students' multiple achievement and social goal profiles and analysis of their stability and adaptability [Identificación de los perfiles de logros múltiples y objetivos sociales de los estudiantes y análisis de su estabilidad y adaptabilidad]. *Learning and Individual Differences*, 54, 149-159. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2017.01.019>
- Henrysson, S. (1971). Gathering, analysing, and using data on teste items [Recogida, análisis y utilización de datos sobre las pruebas]. En R.L. Thorndike (Ed.), *Educational Measurement* (pp. 130-159). American Council on Education.
- Hernández, A. (2005). El rendimiento académico de las matemáticas en alumnos universitarios. *Encuentro educacional*, 12 (1), 9-30. <https://produccioncientificaluz.org/index.php/encuentro/article/view/861/863>
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (2006). *Metodología de la investigación*. Mc Graw Hill.
- Hernández-Nieto, R. (2002). *Contributions to statistical analysis [Contribuciones al análisis estadístico]*. Universidad de Los Andes.
- Hernández, J., Espinosa, J., Peñaloza, M., Rodríguez, J., Chacón, J., Toloza, C., Arenas, M., Carrillo, S. y Bermúdez, V. (2018). Sobre el uso adecuado del coeficiente de correlación de Pearson: definición, propiedades y suposiciones. *Archivos Venezolanos de Farmacología y Terapéutica*, 37 (5), 587-595. [https://www.revistaavft.com/images/revistas/2018/avft\\_5\\_2018/25sobre\\_uso\\_adecuado\\_coeficiente.pdf](https://www.revistaavft.com/images/revistas/2018/avft_5_2018/25sobre_uso_adecuado_coeficiente.pdf)
- Iglesias, N. y Alonso I. (2017). Estudio exploratorio sobre la importancia de la matemática para la carrera de ingeniería civil en la Universidad de Oriente. *REFCaE: Revista Electrónica de Formación y Calidad Educativa*, 5 (1), 45-62. <http://refcale.uleam.edu.ec/index.php/refcale/article/view/1325/0>
- Morales, E. (2009). Los conocimientos previos y su importancia para la comprensión del lenguaje matemático en la educación superior. *Universidad, Ciencia y Tecnología*, 13 (52), 211-222. [http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1316-48212009000300004](http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1316-48212009000300004)
- Muñoz, J. y Mato, M. (2008). Análisis de las actitudes respecto a las matemáticas en alumnos de ESO. *Revista de Investigación Educativa*, 26 (1), 209-226. <http://revistas.um.es/rie/article/view/94181>
- Nitko, A. (1994). *A model for developing curriculum-driven criterion-referenced and norm-referenced national examinations for certification and selection of students [Un modelo para desarrollar exámenes nacionales basados en criterios y normas para la certificación y selección de Estudiantes]* [Ponencia]. Conferencia Internacional sobre Evaluación y Medición Educativas de la Asociación para el Estudio de

- la Evaluación Educativa (ASSESA), Pretoria, Sudáfrica. <https://eric.ed.gov/?id=ED377200>
- Posso, A. (2005). Sobre el bajo aprovechamiento en el curso de matemáticas I de la UTP. *Scientia et Technica*, 11 (28), 169-174.
- Popham, J. (1990). *Modern educational measurement: A practitioner's perspective*. Allyn and Bacon, MA.
- Prieto, G. y Delgado, A. (2010). Fiabilidad y validez. *Papeles del Psicólogo*, 3 (1), 67-74. <http://www.papelesdelpsicologo.es/pdf/1797.pdf>
- Reidl-Martínez, L. (2013). Confiabilidad en la medición. *Investigación en Educación Médica*, 2 (6), 107-111. <http://www.scielo.org.mx/pdf/iem/v2n6/v2n6a7.pdf>
- Ruiz, E., Carmona, E. y Montiel, Á. (2016). Importancia del cálculo en el desarrollo académico del ingeniero. *Pistas Educativas*, 120, 402-420. <http://www.itcelaya.edu.mx/ojs/index.php/pistas/article/view/559>
- SEP (2017). *Planes de estudio de referencia del componente básico del marco curricular común de la educación media superior*. Secretaría de Educación Pública.
- Urrutia, M., Barrios, S., Gutiérrez, M. y Mayorga, M. (2014). Métodos óptimos para determinar validez de contenido. *Educación Médica Superior*, 28 (3), 547-558. <http://scielo.sld.cu/pdf/ems/v28n3/ems14314.pdf>
- Zabala, A. y Arnau, L. (2008). *11 ideas clave. Cómo aprender y enseñar competencias*. Editorial Grao.
- Zavaleta, A. y Flores, C. (2009). Evaluación del currículo matemático escolar aprendido. *Red Cimates*, 702-712. <https://core.ac.uk/download/pdf/322383805.pdf>

## Biografía de los autores

**Maximiliano de las Fuentes-Lara** es Doctor en Educación Superior en Ingeniería por la Universidad Autónoma de Baja California. Actualmente es Profesor Titular y Coordinador de las asignaturas de Cálculo Integral y Ecuaciones Diferenciales de la Facultad de Ingeniería Mexicali en esta universidad. Su línea de investigación está centrada

en la problemática de la enseñanza, aprendizaje y evaluación de las matemáticas para ingeniería.



<http://orcid.org/0000-0002-1001-4663>

### Wendolyn Elizabeth Aguilar-Salinas

es Doctora en Ciencias por la Universidad Autónoma de Baja California. Actualmente es Profesora Titular y Responsable de Etapa Básica de la Facultad de Ingeniería Mexicali en esta universidad. Su línea de investigación está centrada en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas, en las técnicas y tecnologías de enseñanza, así como en las modalidades educativas.



<http://orcid.org/0000-0003-2223-9234>

### Araceli Celina Justo-López

es Doctora en Ingeniería por la Universidad Autónoma de Baja California. Actualmente es Profesora Titular y Directora de la Facultad de Ingeniería Mexicali en esta universidad. Su línea de investigación está centrada en las tecnologías educativas.



<http://orcid.org/0000-0002-6911-2065>

### César Gonzalo Iñiguez-Monroy

es Doctor en Ingeniería por la Universidad Autónoma de Baja California. Actualmente es Profesor Titular y Encargado del área académica de Química de la Facultad de Ingeniería en esta universidad. Su línea de investigación está centrada en el enseñanza y aprendizaje de la Química para Ingenierías y educación STEM+A.



<https://orcid.org/0000-0002-7101-0738>

# Sumario \*

## Table of Contents \*\*

### Estudios Studies

**Pedro Ortega Ruiz y Eduardo Romero Sánchez**  
La educación moral a partir de Levinas:  
otro modelo educativo  
*Moral education from Levinas: Another educational model* 233

**Joaquín García Carrasco y Macarena Donoso González**  
Al alba de la humanización: *Cultura* proyecta sombra  
de poliedro, género de mujer y práctica de magisterio  
*At the dawn of humanisation: Culture casts a polyhedral  
shadow, the female gender and teaching practice* 251

**Ana Isabel Ponce Gea y Noelia Sánchez-Pérez**  
Concepciones subyacentes a la construcción del  
conocimiento: un modelo desde la didáctica  
de la historia  
*Conceptions underlying the construction of knowledge:  
A model from history teaching* 269

**Maximiliano de las Fuentes-Lara, Wendolyn Elizabeth  
Aguilar-Salinas, Araceli Celina Justo-López y César  
Gonzalo Iñiguez-Monroy**  
Medición de las habilidades algebraicas,  
trigonométricas y geométricas de los estudiantes  
en el curso de cálculo diferencial en ingeniería  
*Measuring students' algebra, trigonometry, and geometry  
skills on a differential calculus for engineering course* 289

### Notas Notes

**Encarnación Sánchez Lissen**  
Razones para un pacto educativo en España en el  
marco de una administración descentralizada  
*Reasons for an educational pact in Spain within the framework  
of decentralised government administration* 311

**Santiago López Navia**  
Retórica docente y enseñanza *online* en la educación  
universitaria  
*Rhetoric in teaching and e-learning in university education* 331

**Antonio Fernández-Cano y Alfonso Fernández-Guerrero**  
Producción educativa española en el *Social Sciences  
Citation Index* (2010-2020). III  
*Spanish educational production in the Social Sciences  
Citation Index (2010-2020). III* 347

**Diego González-Rodríguez, Agustín Rodríguez-Esteban  
y Héctor González-Mayorga**  
Diferencias en la formación del profesorado en  
competencia digital y su aplicación en el aula.  
Estudio comparado por niveles educativos entre  
España y Francia  
*Differences in teachers' training in digital competence and  
its application in the classroom: A comparative study by  
educational levels between Spain and France* 371

\* Todos los artículos están también publicados en inglés en la página web de la revista: <https://revistadepedagogia.org/en>.

\*\* All the articles are also published in English on the web page of the journal: <https://revistadepedagogia.org/en>.

## Reseñas bibliográficas

---

**Gargallo, B. y Pérez, C. (Coord.) (2021).** *Aprender a aprender, competencia clave en la sociedad del conocimiento. Su aprendizaje y enseñanza en la universidad* (Vicent Gozálviz). **Domínguez Garrido, M. C., López-Gómez, E. y Cacheiro-González, M. L. (Coords.) (2021).** *Investigación e internacionalización en la formación basada en competencias* (Paula Álvarez Urda). **Martínez-Otero Pérez, V. (2021).** *La educación personalizada del estudiante* (Martha Leticia Gaeta González). **Pérez, C. y Asensi, C. (2021).** *Cómo crear un clima de aula positivo. Actividades y técnicas de intervención* (Fran J. García-García). **391**

## Informaciones

---

Propuesta de un número Monográfico titulado: «Una educación renovadora del carácter tras la pandemia y la invasión de Ucrania». Sobre las propuestas de reforma para la mejora de la profesión docente publicadas por el Ministerio de Educación y Formación Profesional (Bernardo Gargallo López, Cruz Pérez Pérez, Vicent Gozálviz Pérez, Piedad Sahuquillo Mateo e Inmaculada López Francés). Declaración de Canarias sobre Aprendizaje-Servicio en la Educación Superior. Congreso anual de la Association for Moral Education. 10th European Conference on Education. **407**

## Instrucciones para los autores

*Instructions for authors* **423**



ISSN: 0034-9461 (Impreso), 2174-0909 (Online)

<https://revistadepedagogia.org/>

Depósito legal: M. 6.020 - 1958

INDUSTRIA GRÁFICA ANZOS, S.L. Fuenlabrada - Madrid