EVALUACIÓN DE LOS INDICADORES EXTRÍNSECOS E INTRÍNSECOS DE LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS EN LA REFORMA EDUCATIVA

por LUIS BLANCO FELIP

Universidad de Lérida

La exigencia que nos presenta la Reforma Educativa no puede reducirse a un simple cambio de nombres o de formas, que empiezan y terminan con media docena de reuniones (Gil et al., 1988). La propuesta de cambio planteado por la actual Reforma llega hasta el mismo estilo de acción didáctica y pedagógica que se está realizando en los centros docentes (Río Sánchez, 1991).

La realidad debería ser muy diferente a la que generalmente estamos acostumbrados a experimentar. El cambio debería salir de las mismas instituciones educativas (Garrett, 1986), es decir, de los mismos seminarios o departamentos de los centros, por medio de propuestas o proyectos de trabajo. Con esta disposición, y dentro de un marco de formación departamental o de todo el centro, presentamos, a modo de propuesta, la reflexión de uno de los aspectos más conflictivos del área de matemáticas: la evaluación de los problemas aritméticos.

La dificultad y el costo que supone una adecuada programación de los problemas aritméticos en los departamentos o seminarios de los diferentes centros educativos es notable. No es de extrañar que la mayoría de las veces la metodología aplicada por el profesor en la explicación o en el proceso de aprendizaje de los problemas mencionados, se reduce a la mínima expresión (Echeverría, 1985). Su evaluación, como consecuencia de una deficiente o incompleta planificación, se ve reducida la mayoría de las veces a la simple corrección y valoración del resultado final de los problemas presentados en los diferentes controles que se van realizando a lo largo del curso, con escasa y a veces ilógica conexión cognitiva (Bordas, 1985).

Toda evaluación pierde su legitimidad si no responde a todo un proceso de aprendizaje, es decir, a una acción interdisciplinar y a una programación específica de área, de unidad temática o de crédito. La evaluación no es una valoración o un juicio sin más. Esta responde a una acción procesual, de intervención conjunta y aceptada para crear un clima de crecimiento, estímulo y de formación integral, en la que los problemas aritméticos tienen una misión clave a la que se debe responder con claridad y transparencia (Polya, 1986).

Así pues, hablar de evaluación es lo mismo que hablar de un conjunto de factores de notable complejidad e interdependencia. Su estudio y posterior aplicación exigen una dedicación atenta y pausada de los diferentes indicadores que intervienen en el proceso de un eficaz aprendizaje. Pero ante todo veamos las exigencias que nos plantea la resolución de problemas en el área de matemáticas de la Reforma Educativa.

A. Currículum de educación primaria

La Ordenación Curricular de la Educación Primaria en Cataluña (Decreto 95/1992, del 28 abril, y D.O.G 13 de mayo 1992) presenta como uno de los objetivos más relevantes de las matemáticas favorecer la estructuración del pensamiento. Al finalizar la etapa el alumno ha de ser capaz de conseguir, entre otros, los siguientes objetivos:

a) Objetivos generales

* Usar habitualmente el cálculo mental o medios técnicos (calculadora, ordenador) selectivamente con preferencia sobre el cálculo escrito.

* Comprender las operaciones matemáticas.

* Valorar las matemáticas como un instrumento que nos permita comprender el mundo, etc.

b) Contenidos

b.1.) Procedimientos

* Combinación de conceptos matemáticos: resolución de problemas.

* Utilización de técnicas e instrumentos para resolver operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división.

* Relaciones y comparaciones, etc.

b.2. Hechos, conceptos y sistemas conceptuales.

* Números naturales: Operaciones (adición, sustracción, multiplicación y división).

* Números fraccionarios: Operaciones (adición, sustracción, multiplicación y división).

b.3. Actitudes, valores y normas

* Interrogación e investigación de cualquier situación, problema o información contrastable.

* Organización del trabajo: planteamiento, resolución, verificación de los resultados y valoración de su significado.

c) Objetivos terminales

* Aplicar la descomposición de números en suma y producto u otras propiedades que ayuden a operar mentalmente.

* Resolver problemas aritméticos con una, dos o tres operaciones en contextos cotidianos y con números significativos.

* Efectuar las operaciones de adición, sustracción, multiplicación y división.

* Valorar los resultados obtenidos con procesos de cálculo.

* Ser conscientes de que las matemáticas pueden ser usadas para expresar y conocer mejor la realidad.

* Valorar los problemas como juegos de descubrimiento en el que las operaciones y las transformaciones son las reglas.

* Conocer el funcionamiento de las operaciones aritméticas realizadas por una calculadora.

* Explorar con calculadora u ordenador determinadas propiedades aritméticas.

B. *Currículum de educación secundaria obligatoria*

Al igual que la Ordenación Curricular de la Educación Primaria en Cataluña, la Ordenación de las enseñanzas de la Educación Secundaria Obligatoria (Decreto 96/1992, del 28 abril, y D.O.G. 13 mayo 1992) destaca la importancia de la resolución de problemas aritméticos siguiendo los aspectos anteriormente planteados.

Una correcta evaluación de los objetivos presentados nos obliga a la consideración de los siguientes indicadores para la resolución de problemas aritméticos.

I. *Indicadores extrínsecos e intrínsecos en los problemas aritméticos*

Podemos resumir diciendo que los indicadores que intervienen en la evaluación de los problemas aritméticos los podemos agrupar en dos grandes bloques, uno de carácter extrínseco y otro intrínseco.

Entendemos por indicadores extrínsecos aquellos que provienen de elementos externos a la estructura del problema. Algunos de los indicadores extrínsecos que podemos destacar por su importancia son: la metodología, secuenciación (aumento sistemático de dificultad), temporalización (cadencia temporal), redacción lingüística o programación sistémica (si los problemas corresponden a un programa informático). Una deficiente elaboración, programación o aplicación de estos indicadores condiciona de forma determinante el proceso de aprendizaje de los alumnos y, por consiguiente, la evaluación formativa y sumativa de éstos.

Los indicadores intrínsecos tienen su origen en la misma estructura del problema, y son éstos, junto con los extrínsecos, los que configuran la dificultad, el grado de comprensión y posterior evaluación de los problemas. Por lo que respecta a los indicadores intrínsecos, deberían ser objeto de atención y consideración en los distintos momentos de la evaluación, entre otros, los siguientes: numeración, operaciones, presencia o ausencia de distractores, localización de la pregunta en el texto, adecuada correlación entre texto y valores utilizados (realismo) y la dinamicidad, estaticidad y comparación que existe en los problemas.

1. *Indicadores extrínsecos*

Los departamentos o seminarios de cada centro deberían concretar, dentro de un marco común de acción didáctica y pedagógica (Mayer, 1986; Mialaret, 1986), los siguientes indicadores:

1.1. Metodología
1.2. Secuenciación
1.3. Temporalización
1.4. Redacción lingüística
1.5. Programación sistémica

1.1. La metodología

La metodología utilizada resulta ser un elemento clave para la motivación del alumnado. La concreción de normas o actuaciones comunes, previo acuerdo de todos los profesores, pueden ayudar a crear un clima favorable para el desarrollo y comprensión de los problemas aritméticos. Muchos de los fracasos en el estudio de éstos por parte de los alumnos empiezan por la falta de un adecuado optimismo.

1.2. La secuenciación

Entendemos por secuenciación al aumento creciente y sistemático de la dificultad progresiva que debe haber en los problemas. Es un indicador que generalmente se olvida o no se aplica, debido a una programación deficiente que no dedica el tiempo necesario a la maduración que necesitan los conceptos adquiridos. Intentamos que asimilen procesos de dos semanas, en una semana.

1.3. La temporalización

La temporalización o cadencia temporal, generalmente va asociada a la secuenciación y viceversa. Una correcta programación de los problemas aritméticos debe conocer y conceder el tiempo necesario para realizar todos los pasos con tranquilidad y confianza. En caso de duda es mejor programar dos sesiones de más a que nos falte una. Lo importante es conseguir el tiempo necesario para que el proceso cognitivo sea relajado y ameno. Una adecuada evaluación inicial resulta ser una consejera precisa y segura para no caer en secuencializaciones o temporalizaciones inadecuadas.

1.4. La redacción lingüística

La redacción lingüística resulta ser otro de los indicadores que se olvidan con facilidad. Los errores ortográficos o tipográficos pueden acarrear serias dificultades para una adecuada comprensión y feliz resolución del problema planteado. Dada la realidad bilingüe de nuestro sistema educativo, es preciso señalar que una inadecuada traducción de un problema en lengua castellana a la catalana o viceversa puede cambiar totalmente el significado del problema. La traducción que se realizó en un programa de Enseñanza Asistida por Ordenador de un problema en lengua castellana a la lengua catalana fue la siguiente:

Versión castellana

«Por la mañana Pedro jugó 3 veces a canicas y ganó 28 canicas en total. Por la tarde encontró otras 12 canicas. ¿Cuántas canicas más tenía Pedro al final del día que las que tenía al principio?»

Versión catalana

«Al matí en Pere va jugar 3 vegades a bales i va guanyar 28 bales en total. A la tarda va trobar 12 bales pel carrer. Quantes bales va recollir durant el dia?» (¿Cuántas canicas recogió durante el día?)

1.5. Programación sistémica

Entendemos por programación sistémica al conjunto de elementos que intervienen en la secuencialización de un programa informático (Osin, 1984). Presentamos a continuación un ejemplo de programación sistémica correspondiente a un programa de Enseñanza Asistida por Ordenador de problemas verbales.

Programación Sistémica de un problema verbal

Nivel	(29,8)
Código	0033007420222
Número de operaciones	2
Primera operación	resta
Segunda operación	resta
Intervalo del resultado	(1,5)
Intervalo del primer operando	(6,12)
Intervalo del segundo operando	(2,6)
Intervalo del tercer operando	(2,6)
Intervalo del resultado intermedio	(3,10)

2. *Indicadores intrínsecos*

De los indicadores intrínsecos destacamos, por su interés, los siguientes:

2.1. Numeración
2.2. Operaciones
2.3. Presencia o ausencia de distractores
2.4. Localización de la pregunta en el texto
2.5. Adecuada correlación entre texto y valores utilizados (realismo)
2.6. Dinamicidad, estaticidad y comparación

2.1. La numeración

Tres son las alternativas que es preciso considerar en el momento de elaborar, programar y evaluar con respecto a la numeración:

a) Problemas en los que no se necesita la numeración.

b) Problemas verbales en los que se necesita de una numeración lo suficientemente baja para poder realizar los cálculos mentalmente.

c) En tercer lugar, los problemas que tradicionalmente conocemos, por utilizarse números que necesitan de papel y lápiz para ser calculados.

2.2 Las operaciones

Además de la numeración, otro de los indicadores que dificultan o facilitan la resolución de los problemas, son las operaciones que deben intervenir. Más que el mayor o menor número de operaciones, quien en realidad condiciona el nivel de dificultad de comprensión, es la relación conceptual que se da entre la redacción lingüística y la operación adecuada (Hativa, 1986, 1988). Este viene a ser uno de los puntos más conflictivos que pueden darse en la instrucción para la resolución de los problemas.

2.3. Presencia o ausencia de distractores

El texto de los problemas pueden o no presentar ciertos elementos que condicionan su resolución, facilitando o dificultando su comprensión. La presencia de estos elementos pueden responder a dos motivos:

a) Quien haya redactado el problema pretende favorecer o dificultar su comprensión.

b) Hay un error de elaboración.

No obstante, ante la certeza o la duda de que un elemento sea un distractor, estamos totalmente indefensos, dado el vacío conceptual que hay sobre ello. No existen teorías lo suficientemente elaboradas como para presentar una teoría como principio básico. Así pues, un adecuado criterio de jueces podría, en su momento, aceptar o rechazar la posible existencia de un distractor. Como ejemplo, señalamos el siguiente problema:

«Jorge tiene 12 años de edad y pesa 35 Kg. ¿Qué edad tiene Antonio, si Jorge es 6 años menor que él?»

La cuestión que nos planteamos es ¿qué significa el peso 35 Kg.?, ya que resulta ser un elemento que no interviene en la resolución del problema.

2.4. Localización de la pregunta en el texto

Otro de los indicadores intrínsecos a considerar, en el estudio de cualquier problema aritmético, es la localización de la pregunta en el texto. Los problemas pueden clasificarse de tres formas.

a) Cuando la pregunta está al principio del problema.
b) Si la pregunta está localizada en la mitad.
c) Cuando está al final.

Estudios realizados al respecto afirman que un problema con la pregunta al principio debería resultar más fácil, ya que ayuda a la comprensión del texto, al poner sobre aviso aquello que el alumno debe razonar. Por el contrario, si la pregunta está al final, resulta que el alumno debe asimilar un conjunto de datos y relacionarlos sin saber para que los necesita, hasta el final de su lectura.

2.5. Correlación entre los textos y sus valores

Otro de los indicadores señalados consiste en la adecuada correlación que debe haber entre el texto y los valores utilizados. Muy a menudo se proponen a los alumnos problemas cuyos valores están lejos de la cotidianidad en la que viven. La falta de realismo es entendida por el alumno como algo impuesto y sin valor práctico, perdiendo una buena ocasión para hacer ver que los problemas no son algo al margen de la vida del ser humano, sino que responden a las inquietudes y necesidades del quehacer diario.

2.6. Dinamicidad, estaticidad y comparación

La referencia a problemas dinámicos, estáticos y comparativos resulta ser uno de los indicadores claves en la resolución y evaluación de los problemas. El que un problema sea dinámico, estático o comparativo puede justificar una diferente valoración en los criterios de evaluación. Es importante enseñar a los alumnos a resolver problemas con texto, por este motivo es preciso conocer algunas observaciones de su estructura matemática y sus dificultades lógicas y semánticas. Los aspectos a destacar, por su significación, son:

a) Numeración y operaciones
b) Estructuras

a) Numeración y operaciones

En general, podemos distinguir varias categorías de problemas, ya sea por el número de operaciones que pueden intervenir, la clase de estas operaciones y el orden de ejecución (Becker, 1984). La cuestión no está en realizar problemas con muchas operaciones u operaciones demasiado largas. Nuestra propuesta para una posible planificación de problemas aritméticos, considerando la actual Reforma Educativa, debería atender más a un razonamiento lógico de calidad que a la cantidad, ya sea de números o de operaciones.

b) Estructuras

Podemos distinguir tres aspectos con respecto a la estructura de los problemas: la estructura lógico-matemática, la semántica y la contextual (Blanco, 1988):

b.1. Estructura lógico-matemática

Podríamos decir que en el origen de cada problema existe una «historieta».

Ejemplo 1.

En el jarrón hay 3 rosas y 4 claveles.
En el jarrón hay 7 flores.

Ejemplo 2

En el edificio hay 4 ventanas abiertas y 5 ventanas cerradas.
En el edificio hay 9 ventanas.

En cada ejemplo se distinguen tres sentencias. En el ejemplo 1 tenemos:

* Hay 3 cosas del grupo A
* Hay 4 cosas del grupo B
* Hay 7 cosas del grupo C

En el ejemplo 2 tenemos:

* Hay 4 cosas del grupo A
* Hay 5 cosas del grupo B
* Hay 9 cosas del grupo C

Los tres grupos pueden representarse gráficamente de la siguiente forma:

A B

C

Además, se cumplen las cinco condiciones siguientes:

1. Los grupos A y B son diferentes.
2. El grupo C es la unión de A y B.
3. El grupo A es parte del grupo C.
4. El grupo B es parte del grupo C.
5. El grupo C no contiene nada más que el A y B.

En general se supone que estas condiciones están en la «historieta», que son conocidas y conocerlas es necesario para entenderla. Así, por ejemplo, si un alumno no sabe que las rosas son flores, sino que piensa, pongamos por caso, que se está hablando de tres niñas que se llaman Rosa, no podrá entender el porqué en el jarrón hay 7 flores y no 4 . No entenderá, en definitiva, la estructura lógico-matemática de la «historieta».

La estructura de un problema es la misma que una historieta, con la diferencia de que al problema le falta una sentencia, la cual se ha convertido en una pregunta.

* Si falta el grupo C, el problema es una suma. Ejemplo.

  «En el jarrón hay 3 rosas y 4 claveles.
  ¿Cuántas flores hay en el jarrón?»

* Si falta el grupo A o B, el problema es una resta. Ejemplo:

  «En el jarrón hay 7 flores, 3 de las cuales son rosas y las otras claveles. ¿Cuántos claveles hay en el jarrón?»

Es preciso señalar que en el caso de que falten los grupos A o B, ha de quedar muy clara la condición 5. Es fácil olvidarse en el momento de redactar el problema y escribir un enunciado como el siguiente:

«En el jarrón hay 7 flores, 3 de las cuales son rosas. ¿Cúantos claveles hay en el jarrón?»

Debemos pensar que en el jarrón, además de rosas y claveles, podría haber tulipanes, margaritas, etc.

b.2. Estructura semántica

Uno de los errores a la hora de enseñar a resolver problemas verbales consiste en redactar algunas palabras que se consideran «claves». Por ejemplo:

> «Jorge tenía 5 sellos y perdió 3. ¿Cuántos sellos tiene ahora?»

Si el alumno condiciona que la palabra perdió es sinónima de restar resolverá correctamente el problema, pero le puede ocurrir que en el siguiente problema se confunda, ya que «perder» no es sinónimo de «restar», sino de sumar. Por ejemplo:

> «Durante la mañana, Jorge perdió 3 sellos y por la tarde perdió 2 más. ¿Cuántos sellos perdió en todo el día?»

La misma estructura lógica que hemos tratado en el apartado anterior, referente a las tres sentencias y a las cinco condiciones, pueden darse en las diferentes categorías gramaticales. Por ejemplo:

Sustantivos

En un jarrón hay 3 rosas y 4 claveles. ¿Cuántas flores hay?

rosas	claveles	3	4
flores		?	

Verbos

«Juan ha recorrido 5 Km, 4 andando y el resto corriendo. ¿Cuántos kilómetros ha corrido?»

andando	corriendo	4	?
recorrido		5	

Adjetivos

«María tiene 7 rotuladores, 4 de los cuales son rojos y el resto azules. ¿Cuántos rotuladores azules tiene María?»

rotuladores azules	rotuladores rojos	?	4
rotuladores		7	

b.3. Estructura contextual

Se puede distinguir tres tipos de problemas: Dinámicos, Estáticos y Comparativos (Nesher y Katriel, 1977)

En los problemas dinámicos se puede apreciar claramente un proceso (o acción), es decir, que pasa alguna cosa durante un cierto tiempo. Por ejemplo:

Luis tenía 5 sellos y ha perdido 3. ¿Cuántos sellos le quedan?

Siempre podremos distinguir tres situaciones: inicio, cambio y final. Si tomamos ejemplos de una operación que sea suma o resta tendríamos lo siguiente:

	+	–
a	Ana tiene 5 ptas.	Ana tiene 5 ptas.
b	Obtiene 2	Pierde, gasta o da...2
c	Ahora tiene 7	Ahora tiene 3

Cambiando estas situaciones, se puede generar multitud de problemas. La diferencia entre ellos vendrá dada por:

* El orden de presentación de las situaciones
* Localización de la pregunta
* La existencia de datos innecesarios (distractores)

Por ejemplo:

«¿Cuántas pesetas tenía Pedro si ha comprado 20 ptas. de pipas y le han sobrado 3?»

Operación: resta
Pregunta: a
Orden: a, b, c

«¿Cuántas pesetas tiene ahora Pedro si ayer tenía 25 y hoy su padre le ha dado 40?»

Operación: suma
Pregunta: c
Orden: c, a, b

Los problemas estáticos no establecen ningún proceso (o acción). Acostumbra haber más sustantivos y adjetivos que en los dinámicos. Por ejemplo:

> «En clase hay 10 sillas, 8 son azules y el resto rojas. ¿Cuántas sillas rojas hay?»

La dificultad viene dada fundamentalmente por los sustantivos y adjetivos, normalmente no viene dada por los verbos.

Los problemas que exigen una comparación entre dos datos son los llamados problemas comparativos. Por ejemplo:

> «Nieves tiene 5 años y Ana 2 años más que Nieves. ¿Cuántos años tiene Ana?»

Se puede hablar también de tres grupos:

* Edad de Nieves
* Edad de Ana
* Años de más de Ana

Se pueden generar diversos problemas dependiendo de:

* Localización de la pregunta
* Orden de presentación de los grupos
* a mayor que b, a menor que b, a igual que b

Como se puede apreciar, este tipo de problema obliga al alumno a tener muy claro los conceptos de mayor, menor, igual, así como conocer todos sus sinónimos. Ejemplos:

> «Pedro tiene 5 gatos, Rosa tiene la misma cantidad. ¿Cuántos gatos tiene Rosa?»
>
> «Pedro tiene 2 gatos y Rosa 3 perros. ¿Quién tiene más animales?»
>
> «Pedro tiene 2 gatos y Rosa 3 perros. ¿Cuántos animales tiene de más Rosa?»
>
> «Pedro tiene 2 gatos y Rosa 3 perros. ¿Cuántos animales tiene menos Pedro?»
>
> «Pedro tiene 2 gatos y Rosa tiene 1 más. ¿Cuántos gatos tiene Rosa?»

II. La evaluación de los problemas aritméticos empieza con los problemas verbales

Es de todos conocido que un adecuado proceso de evaluación no puede ni debe limitarse a unos simples planteamientos puntuales o de valoraciones más o menos significativas. De los diferentes conceptos de evaluación, destacamos la sistematización procesual de una serie de aspectos, que dan sentido a la globalidad y la precisión que de alguna forma queda caracterizada la evaluación.

La dificultad de los problemas crece más por su estructura lógica que por su complejidad matemática. Es decir, cuando la importancia no está tanto en las operaciones matemáticas, sino en la interpretación correcta de los enunciados de los problemas. Saber distinguir los datos útiles de los superfluos y transformar la estructura lógica de los enunciados en las operaciones o secuencias de operaciones que correspondan.

Antes de hacer problemas por escrito, se aconseja realizar problemas verbales. El planteamiento de estos problemas permite establecer un diálogo entre profesor y alumno sobre los razonamientos lógicos que determinan unas u otras operaciones, sin llegar a la descripción numérica, aspecto considerado dentro de la segunda parte del desarrollo de todo el proceso.

La ejercitación de problemas verbales resulta ser una buena práctica para que los alumnos adquieran la confianza y seguridad necesaria para futuros planteamientos. Para ello, se debería reducir el número de operaciones y limitar el cálculo a una numeración de las decenas (Edwards et al., 1975). A modo de propuesta diríamos que la operatoria correspondiente a la segunda parte del proceso para la práctica de los problemas verbales podría resumirse en:

a) Una operación: +, –, x, :

b) Dos operaciones:

	2.ª operación			
	+	–	x	:
1.ª operación				
+	++	+ –	+ x	+:
–	– +	– –	– x	– :
x	x +	x –	x x	x :
:	: +	: –	: x	: :

Cada una de estas categorías se pueden desdoblar según los operandos sean números enteros o fraccionarios. Es importante, en el momento de enseñar a resolver problemas tener presente estas categorías, estudiarlas una a una, presentarlas progresivamente y no mezclarlas. Por ejemplo:

> «Por la mañana Juan tenía 5 bolas. Jugando ha ganado 4 y después ha regalado 2 a Pedro. ¿Cuántas bolas tiene ahora?»
>
> $5 + 4 = 9$
>
> $9 - 2 = 7$

Para empezar la forma +, – es más adecuada que la forma :, :

III. Referencias teóricas sobre los problemas verbales

Esta propuesta se referencia en el marco de las investigaciones realizadas por Nesher, P.; Katriel, I.; Mayer, R. E y Polya, G. Uno de los aspectos que merecen estudiarse antes de iniciar cualquier estudio del aprendizaje y resolución de problemas verbales nos lo presenta Nesher (1980).

Los problemas escolares, con frecuencia, no se expresan en lenguaje ordinario y pocas veces tienen relación con la experiencia del niño. Son estereotipados en su estilo y en su interpretación semántica, describiendo situaciones que no tienen realidad, factor que facilita el rechazo entre niño-problema.

La dificultad de conectar la comprensión del problema y la adecuada representación aritmética, a menudo no resulta fácil; pongamos los siguientes ejemplos:

Susana de 8 años dice a su profesor: «yo entiendo las palabras y los números muy bien pero solamente explíqueme si tengo que sumar o restar».

O bien el siguiente caso: Cuando a niños de primaria se les preguntó que escribieran una historia que correspondiera a la expresión matemática $1 + 6 = 7$, Ricardo escribió:

> «Mama compró una plancha y después compró seis planchas más. ¿Cuántas tiene ahora?»

Enseguida nos preguntamos para qué quiere mamá siete planchas.

La esencia cuantitativa de un problema en la vida real y un problema escolar difiere sustancialmente. Pongamos por caso la siguiente situación en la vida real.

> «¿Cuánto valdría construir una valla alrededor de la piscina del Sr. Benson?»

La presentación de este problema no implica la especificación de toda la información requerida para la solución del problema. De hecho, ningún dato numérico se ha dado. Buscando la información veremos que en la realidad hay que tomar algunas decisiones cualitativas, las cuales pueden incluir manipulaciones numéricas y alternativas de criterio para la respuesta numérica (por ejemplo, decisiones acerca del tipo de material que se va a utilizar en la valla, precio por unidad, precio del transporte, si quiere césped al lado de la piscina o no, etc.).

La formulación verbal del problema no nos da ninguna indicación acerca de las operaciones matemáticas requeridas, la variedad de opciones pueden llegar a presentar hasta problemas distintos. El problema escolar se formularía de la siguiente manera:

> «La piscina del Sr. Benson tiene 12 m. de largo y 8 m. de ancho. El Sr. Benson quiere construir una valla de madera alrededor de su piscina dejando un trozo de césped de 2 m. de ancho. ¿Cuánto costará la valla si un metro cuesta 1.228 ptas.?»

Resumiendo, podríamos señalar las siguientes características:

a) Problemas correspondientes a la vida real.

  * Búsqueda de información
  * Decisiones cualitativas
  * Manipulaciones numéricas
  * Elección de opción
  * Cuantificación del problema

b) Problemas correspondientes a la vida escolar.

  * Decisiones cualitativas ya dadas
  * Escoger expresión matemática adecuada
  * Peligro de rigidez y respuestas estereotipadas

Querer adecuar un problema real a una redacción de problema escolar trae una manipulación que presenta un lenguaje típico de la instrucción aritmética y no puede ser considerado un texto que describe una situación real (Hayes, 1981). Un análisis de los problemas aritméticos nos presenta la naturaleza estereotipada de los problemas escolares. Algunos puntos que pueden iluminar la naturaleza estereotipada de los mencionados problemas se pueden resumir en tres aspectos: semántico, referencial (ontológico) y estilístico.

a) Aspecto semántico.

La comprensión y su posterior conexión con la expresión aritmética adecuada, necesita de la correcta interpretación de las partes léxicas dadas en el texto. Si tomamos como ejemplo:

> «Dos chicos corrieron hacia la clase y tres chicos andaron hacia la clase. ¿Cuántos chicos llegaron a la clase?»

Leyendo los verbos «correr» y «andar», interpretamos que:

— Si los niños «corrieron» hacia la clase, entonces:

1. Se movieron en dirección a la clase
2. Su movimiento fue rápido

— Si los niños «andaron» hacia la clase, entonces:

1. Se movieron en dirección a la clase
2. Su movimiento no fue rápido

El entendimiento que tiene un niño de las partes léxicas dadas en el lenguaje normal no siempre facilita el entendimiento del texto de un problema. Un léxico simplificado no siempre facilita el entendimiento del texto.

b) Aspecto referencial (ontológico).

En el texto de un problema escolar sólo aquellos «objetos» mencionados existen y además persisten y nada cambia en ellos. Pongamos un ejemplo.

> «Ana tenía 8 bombones por la mañana. Al mediodía dio dos a su hermano Roger. ¿Cuántos bombones tiene ahora?»

La posibilidad de que el alumno pueda plantearse el comer bombones durante el día en la vida real existe, pero en el problema escolar no.

c) Aspecto estilístico

La necesidad de dar toda la información, por un lado, y la tendencia a un texto lo más abreviado, posible por otro, da lugar a un texto lacónico y muy conciso, empleando en muchos casos estructuras sintácticas muy difíciles y ambiguas para los alumnos.

Otras de las variables que nos destaca Nesher (1980) es la distinción entre textos dinámicos y estáticos. En un problema dinámico se puede hacer la distinción entre el estado inicial de un acontecimiento (tiempo 1), un estado que ocurre más tarde (tiempo 2) y el estado final (tiempo 3). Greeno (1979) lo describe como un problema de causa-cambio.

Un problema estático se refiere a un único estadio de acontecimientos.

Sus series fundamentales se refieren a las sub-partes de la totalidad. Moser (1979) lo llama un problema completo parte-parte.

Nesher (1978, 1979); Carpenter y Moser (1979) manifiestan que estudios empíricos han señalado consistentemente que el texto estático es más difícil para el niño que el texto dinámico. Estos descubrimientos, considerados en su momento como sorprendentes, se contradicen con los resultados obtenidos por una investigación realizada con 500 problemas verbales durante tres años, con una muestra de 3.304.372 problemas resueltos para su estudio (Blanco, 1988).

Otro de los aspectos que precisan una consideración en el estudio de los problemas verbales, se encuentra en la importancia que puede tener un cambio lingüístico, aunque sea insignificante, en la representación del problema. Característica que puede alterar notablemente los resultados de la resolución.

Maier y Burke (R. E. Mayer, 1986) investigaron diferentes formas de representar problemas con narración y descubrieron que cambios menores en el vocabulario tenían efectos importantes. Pongamos un ejemplo:

Representación lingüística n. 1

> «Un hombre compró un caballo por 60 dólares y lo vendió por 70 dólares. Luego lo compró de nuevo por 80 dólares y lo vendió por 90 dólares. ¿Cuánto ganó en el negocio de los caballos?»

Representación lingüística n. 2

> «Un hombre compró un caballo blanco por 60 dólares y lo vendió por 70 dólares. Luego compró un caballo negro por 80 dólares y lo vendió por 90 dólares. ¿Cuánto ganó en el negocio de los caballos?»

Aparentemente, la primera representación alentaba a los sujetos a pensar acerca de un caballo, mientras que la segunda representación los hacia interpretar el problema como dos transacciones separadas e independientes. Los resultados de la Representación n. 1 obtuvieron un resultado correcto (20 dólares) menor al 40%. El promedio de solución de la Representación n. 2 fue del 100%.

Además de la representación lingüística, no nos podemos olvidar de la presencia de aquellos elementos que pueden ayudar o dificultar, con su presencia o ausencia, la resolución de los problemas. En el ejemplo anterior nos encontramos que la presencia del adjetivo «blanco» y «negro» juega un papel fundamental en la representación cognitiva del niño. Nos encontramos ante un nuevo aspecto a considerar: los distractores.

Al igual que Polya (1986), afirmamos que una condición es redundante si contiene elementos superfluos. Se dice contradictoria cuando sus elementos se oponen unos a otros y son incompatibles de tal suerte que puede alterar la condición estructural cognitiva del alumno y, en consecuencia, el resultado del problema. La presencia de la pregunta al principio, mitad o final de los problemas verbales puede ser otro aspecto a considerar en el momento de evaluar los indicadores previamente programados.

IV. Conclusión

Para finalizar diremos que la evaluación como elemento fundamental en la programación de problemas ariméticos y dentro del aprendizaje significativo propio de la Reforma, debería destacar, entre otros aspectos, los siguientes indicadores:

1. En la evaluación inicial, valorar de forma especial los indicadores correspondientes al trabajo realizado con los problemas verbales.

2. La evaluación formativa debe destacar los indicadores extrínsecos e intrínsecos.

3. En tercer lugar, la evaluación sumativa dedicará especial atención a los indicadores intrínsecos.

En la elaboración de los criterios de evaluación por parte de los equipos docentes es preciso clasificar aquellos elementos que por sus características presentan cierto grado de dificultad y que amenudo no son valorados con igualdad de criterios. Como ejemplo diremos que los resultados obtenidos en una investigación realizada con 3.304.372 problemas fueron los siguientes:

a) Con respecto a la localización de la pregunta que tiene los problemas se deduce que ha sido mayor el número de ejercicios acertados en los problemas cuya pregunta está a la mitad del planteamiento, seguidos por los problemas que tiene la pregunta al final y con un número significativamente inferior de aciertos los problemas verbales con la pregunta al principio.

b) En cuanto a la clasificación de los problemas en estáticos, dinámicos o comparativos, se deduce que los problemas que tienen un mayor número de aciertos han sido los problemas estáticos, seguido por los dinámicos. Los problemas comparativos han resultado ser los más difíciles (Blanco, 1988).

Una adecuada programación deberá contemplar los recursos humanos y materiales necesarios para que los diferentes equipos de trabajo del área de matemáticas puedan llevar a buen puerto la laboriosa pero reconfortante labor educativa.

Dirección del autor: Luis Blanco Felip, Facultad de Ciencias de la Educación, Apartado 496, 25080 Lérida.

Fecha de recepción de la versión definitiva de este artículo: 11.II.1993.

BIBLIOGRAFÍA

BECKER, H. J. (1984) Computers in schools today: Some basic considerations, *American Journal of Education,* 93, pp. 22-39.

BLANCO, L. (1988) *Estudio analítico de las dificultades en la resolución de problemas verbales (Proyecto T.O.A.M).* Tesis de Licenciatura Inédita (Madrid, Universidad Nacional de Educación a Distancia).

BLANCO, L. (1993) *Autoevaluación modular de centros educativos* (Barcelona, P. P. U.).

BLUME, G. W. y SCHOEN, H. L. (1988) Mathematical problem-sol ing perfomance of eighth-grade programmers and non programmers, pp. 142-156, *Journal for Research in Mathematics Education,* 19:2.

BORDAS, I (1985) Evaluación con respecto al criterio en Matemáticas, *Revista de Investigación Educativa,* 6.

BURNS, P. K. y BOZEMAN, W. C. (1981) Computer-assisted instruction and mathematics achievement: Is there a relationship? *Educational Technology,* 21, pp. 32-39.

CERDÁN, F. y PUIG, L. (1983) Los problemas de matemáticas en el currículum de EGB (Ciclo Medio): Un estudio cuantitativo-descriptivo desde el punto de vista de su potencial heurístico, *Enseñanza de la Ciencias. Revista de Investigación y experiencias didácticas,* 1:3 (I.C.E. de la Universidad Autónoma de Barcelona. I.C.E. de la Universidad de Valencia).

DIENES, Z. P. (1986) *Las siete etapas del aprendizaje en matemáticas* (Barcelona, Teide).

ECHEVERRIA, B. (1985) Proyecto E.A.O-T.O.A.M. Evaluación del rendimiento aritmético, *Revista de Investigación Educativa,* 6.

EDWARDS, J.; NORTON, S.; TAYLOR, S.; WEISS, M. y DUSELDORP, R. (1975) How effective is CAI?. A re iew of the research, *Educational Leadership,* 33, pp. 147-153.

GARRETT, R. M. (1986) Problem-solving and creativity in science education, *Studies in Science Education,* 13, pp. 70-95.

GIL, D.; DUMAS, A.; CAILLOT, N.; MARTÍNEZ, J. y RAMÍREZ, L. (1988) La resolución de problemas de lápiz y papel como actividad de investigación, *Investigación en la escuela,* 6, pp. 3-20.

HATIVA, N. (1986) *Computer-based practice in arithmetic (TOAM): Dreams and realities. An ethnographic study* (Tel Aviv University, Pinchas Sapir Center for Development).

— (1988) Sigal's ineffective computer-based practice of arithmetic: A case study, *Journal for Reaserch in Mathematics Education,* 19:3, pp. 195-214.

HAYES, J. R. (1981) *The complete problem solver* (Philadelfia, Franklin Institute Press).

KLINE, M. (1976) *El fracaso de la matemática moderna* (Madrid, Siglo XXI).

MAYER, R. E. (1986) *Pensamiento, resolución de problemas y cognición* (Barcelona, Paidos).

MIALARET, G. (1986) *Las matemáticas: cómo se aprenden, cómo se enseñan* (Madrid, Visor).

NESHER, P. (1980) The stereotyped nature of school word problems (Montreal. *FLM* Publishing Co.).

NESHER, P.; GREENO, J. G. y RILEY, M. S. (1982) The developement of semantic categories for addition and subtraction. *Educational Studies in Mathematics* (Holland and Boston. USA, Reidel Publishing Co. Dordrecht).

NESHER, P. y KATRIEL, T. (1977) A semantic analysis of addition and substraction word problems in arithmetic. *Educational Studies in Mathematics* (Holland and Boston. USA, Reidel Publishing Co. Dordrecht).

NESHER, P. y KATRIEL, T. (1978) *Two cognitive modes in arithmetic word problem solving* (Israel, The Hebrew University and Haifa University).

OSIN, L. (1984) *TOAM: CAI on a National Scale* (Jerusalem, IEEE Computer Society Press).

POLYA, G. (1967) *La découverte des mathématiques* (Paris, Dunod).

— (1986) *Cómo plantear y resolver problemas* (México, Trillas).

RÍO SÁNCHEZ, J. del (1991) *Aprendizaje de las matemáticas por descubrimiento,* (Madrid, C.I.D.E.).

SUMMARY: EVALUATION OF THE EXTRINSIC AND INTRINSIC INDICATORS RELATED TO THE ARITHMETICAL PROBLEMS IN THE EDUCATIONAL REFORM

The evaluation as the fundamental element in the arithmetical problems' learning process in any project of reform or educational innovation should consider:

1. The special interest of the initial evaluation in the verbal problems' indicators
2. To emphasize the extrinsic and intrinsic indicators in the formative evaluation
3. Predominance of the intrinsic indicators in the summative evaluation
4. To unify criterions which are related to question finding in problems and to the classification of the static, dynamic and comparative problems

KEY WORDS: Evaluation. Arithmetical Problems. Spanish Educational Reform.